



DESARROLLO DEL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA MAYA

La niña o el niño aprende a descubrir el mundo y lo codifica en un lenguaje numérico. Si este lenguaje es simple como el del sistema vigesimal maya, con sus tres símbolos, el aprendizaje es sencillo y agradable.

Introducción

En la constante evolución humana estamos llegando a un momento en que se plantean nuevos paradigmas, para conocer y comprender mejor el mundo que nos rodea. Actualmente, con el avance de la tecnología y la comunicación los métodos tradicionales para aprender matemáticas ya no son suficientes, se precisa de un aprendizaje que desarrolle una lógica y una objetividad en el planteamiento y resolución de situaciones de una manera más ágil y eficiente.

Por ese motivo, se hacen esfuerzos para buscar nuevas formas de hacer matemáticas y nuevas formas para orientar los esquemas lógicos de pensamiento, con el fin de tener a la disposición una mayor variedad de posibilidades para explicar los fenómenos que nos presenta nuestra Madre Naturaleza.

Entonces, se vuelve la mirada hacia las prácticas matemáticas de los pueblos indígenas. En ese sentido, tiene mucho que aportar la cultura maya, dado que su lenguaje matemático y su sistema de códigos es extraordinariamente simple. Además se puede aprovechar como un potencial didáctico que viene a facilitar el aprendizaje.

La matemática maya es la herramienta que utilizaron nuestros antepasados mayas para desarrollar las ciencias y sistemas calendáricos. La enseñanza de la matemática maya no busca sustituir a la matemática occidental sino dar un enfoque diferente al proceso de aprendizaje, así como fortalecer la percepción de las niñas y niños sobre el quehacer matemático y contextualizar la enseñanza.

Los contenidos de este manual relacionados con los sistemas de numeración y la aritmética se extrajeron de fuentes confiables que cumplen con estricto rigor lógico. Algunos puntos se basan en experiencias de enseñanza de la matemática maya con niñas, niños, jóvenes, maestras y maestros, así como entrevistas con personas mayores de las comunidades sociolingüísticas mayas: Mam, K'iche', Kaqchikel y Tz'utujil.

Objetivos

- ❖ Formar consciencia en las maestras y los maestros de la importancia de trabajar la matemática maya con sus estudiantes.
- ❖ Ayudar a las y los docentes a comprender la relación que existe entre la enseñanza de la matemática maya y la contextualización del aprendizaje.
- ❖ Orientar el trabajo de la y el docente para que lleve al aula una metodología y tecnología educativa apropiadas.
- ❖ Proponer procesos metodológicos para desarrollar la Matemática Maya en el Nivel Preprimario y en el Nivel Primario (Primero y Segundo ciclos).

Estructura

El manual está dividido en seis unidades:

En la Primera Unidad, se hace una descripción de los actores del proceso educativo, el aprendizaje desde la cultura maya y los recursos disponibles.

La Segunda Unidad presenta algunos fundamentos teóricos que toda maestra o maestro debe manejar para poder enseñar matemática maya a sus estudiantes.

La Tercera Unidad propone actividades para trabajar con las niñas y los niños del Nivel Preprimario.

La Cuarta Unidad presenta actividades para aplicar en el aula para el Primer Ciclo del Nivel Primario, que contempla los grados de primero a tercero primaria. También desarrolla detalladamente los principios y procesos de la adición y la sustracción.

La Quinta Unidad, contempla el desarrollo metodológico para el segundo ciclo, que comprende los grados de cuarto a sexto primaria. Al igual que en las anteriores se sugieren actividades. En esta unidad se desarrollan los principios y procesos de la multiplicación y la división.

Recomendaciones a las y los docentes

- ❖ Enseñar matemáticas en el idioma materno de la niña y el niño. Las y los docentes monolingües, castellano hablantes, lo pueden hacer en castellano, pero se les invita a aprender la lengua materna de las y los estudiantes.
- ❖ Crear condiciones que permitan el desarrollo de la creatividad en un ambiente de libertad.
- ❖ Tomar el papel de investigadora o investigador para sistematizar, organizar y articular conceptos matemáticos indígenas.
- ❖ Mostrar entusiasmo que se traducirá en alegría durante el aprendizaje para las niñas y los niños.
- ❖ Recopilar juegos que apoyen el aprendizaje de las niñas y de los niños.
- ❖ Para cada nuevo conocimiento, partir de los conocimientos previos de las niñas y de los niños.
- ❖ Reforzar en el aula los conocimientos matemáticos que las niñas y los niños adquieren en el hogar y la comunidad.



Unidad 1

Fundamentos Metodológicos

Lo que deseamos aprender

- ❖ Describir a los actores del proceso educativo y su función.
- ❖ Reconocer la importancia del papel de las y los docentes como guías y mediadores del aprendizaje.
- ❖ Aplicar en el aula los tres momentos del aprendizaje en la cultura maya.
- ❖ Identificar los recursos educativos que están presentes en la comunidad.

¿Qué sabemos del tema?

- ❖ ¿Quiénes están involucrados en el aprendizaje de las niñas y de los niños y qué función desempeñan?
- ❖ ¿Cómo podemos promover la participación de toda la comunidad en el proceso educativo?
- ❖ ¿Qué conocimientos relacionados con la matemática aprenden las niñas y los niños en el hogar?
- ❖ ¿Cómo aprenden las niñas y los niños mayas en el hogar?
- ❖ ¿De qué recursos disponen las y los docentes para la enseñanza de la matemática maya?

Actores del proceso de aprendizaje

Las niñas y los niños mayas

En las familias mayas, el engendramiento y el nacimiento de una niña o un niño es un acontecimiento natural y sagrado. Alrededor de estos acontecimientos se realizan rituales dirigidos por una guía o un guía espiritual. El día del nacimiento influye en la personalidad de la niña o el niño, por eso se observan los primeros veinte días de su vida y se realiza un ritual especial después de cumplida esta etapa.

Por lo general en las comunidades denominan a los niños y niñas **alaj kotz'i'j**, que significa pequeña flor o brote de flor. En otros lugares como Chichicastenango, municipio del Quiché, llaman a la niña y al niño **alaj q'ij** que significa pequeño Sol o brote solar.

La relación entre el ser humano y el Sol también se puede apreciar en las prendas que usan los varones de Chichicastenango. Los abuelos llevan por lo general en el pantalón, en los muslos, un símbolo que corresponde a un disco solar con muchos rayos, puesto que el anciano es un *Ma' q'ij* o Gran Sol. Los niños llevan también un pequeño disco solar, pero con solo cuatro rayos.

Las niñas y los niños desarrollan sus primeros esquemas mentales, que determinan su visión del mundo, con base en sus primeras vivencias e inmersos en un sistema de vida propia en el hogar. En esta etapa, adquieren los primeros símbolos y códigos para comunicarse.

Al llegar por primera vez a la escuela, las y los infantes llevan un cúmulo de experiencias y de elementos propios de su cultura que los identifican: el idioma, la forma de contar, los valores y la vestimenta, entre otros. También poseen conocimientos y saberes adquiridos en el ambiente familiar y en la comunidad. La maestra o el maestro debe tener presente que sus alumnas y alumnos ya saben muchas cosas y que es importante que establezca una relación entre esos conocimientos y los nuevos. La escuela debe ser un espacio donde se dé continuidad a la vida familiar y comunal, fortaleciendo la forma de ser, sentir y ver el entorno sociocultural de las niñas y los niños.





Las maestras y los maestros

Son personas que generan un ambiente estimulante para el aprendizaje, centrado en la cosmovisión maya y en la búsqueda del equilibrio físico, mental, espiritual y afectivo de la niñez. Están conscientes de que las niñas y los niños nacen con potencialidades y que corresponde a las personas mayores ayudar a desarrollarlas. Saben que cuando las niñas y los niños llegan a la escuela tienen un cúmulo de conocimientos que hay que aprovechar. Contribuyen a desarrollar el pensamiento lógico y los conceptos de la matemática desde el conocimiento maya como parte integral de la construcción del aprendizaje. Además, reconocen la importancia del aprendizaje en el idioma materno de las niñas y los niños.

La maestra y el maestro de matemática deben ser especialistas en el arte de plantear situaciones que desafíen a las niñas y los niños a conceptualizar y armar sus propios códigos y signos antes que a memorizar signos y formas de operar.

Además es importante recordar que son guías y modelos de las niñas y los niños, su actitud hacia la cultura de la comunidad determinará en parte la visión de su cultura que ellas y ellos tengan.

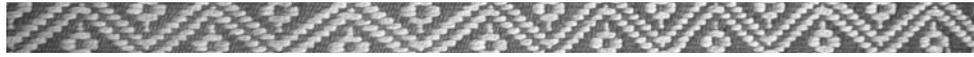
Para la cultura maya una maestra o un maestro es alguien que siempre está adquiriendo conocimientos a través de la experiencia y el servicio a los demás. Debe ser una persona capaz y honorable que se gane la confianza de sus alumnas y sus alumnos. Son las niñas y los niños, quienes, al confiar en sus maestras y maestros, les dan autoridad.

Funciones de la maestra y del maestro

Tomando en cuenta que una maestra o un maestro es quien promueve espacios de desarrollo y construcción del pensamiento, deberá tener estas características y funciones:

- ♦ Ayudar a la niña y al niño a descubrir la vida y el mundo. Como dice Piaget, ser un creador de oportunidades para descubrir.
- ♦ Comprender que la mente de la niña y del niño es intensamente perceptiva.
- ♦ Permitir que las niñas y los niños se equivoquen, porque entonces pueden conocer el camino correcto. Equivocarse y cometer errores es parte del proceso de aprendizaje.
- ♦ Fortalecer la autoestima y la valoración de la cultura de las niñas y los niños.
- ♦ Promover las dudas de las niñas y los niños, porque entonces pueden diferenciar entre lo verdadero y lo falso.





- ♦ Relacionar la enseñanza de la matemática con situaciones del entorno.
- ♦ Descubrir y crear estrategias de aprendizaje.
- ♦ Promover la corrección de los propios errores.
- ♦ Estimular el pensamiento racional y evitar la mecanización de procesos.
- ♦ Dialogar con las niñas y los niños, ellos tienen su propia lógica.
- ♦ Estimular a niñas y niños para que intercambien sus estrategias para solucionar problemas.
- ♦ Propiciar la participación equitativa de niñas y niños en las diferentes actividades.
- ♦ Contextualizar los conocimientos matemáticos a través de juegos y el uso de materiales propios de las comunidades.
- ♦ Aplicar metodologías y materiales mayas, mediados pedagógicamente, en contextos multilingües, multiculturales y multiétnicos para la formación de las y los estudiantes.
- ♦ Promover y facilitar espacios para que las y los actores de la educación, dotados de poder, de palabra y conocimiento, participen compartiendo sus experiencias para apoyar el proceso educativo.

Madres y padres de familia

Desde la cosmovisión maya, las madres y los padres de familia, las abuelas y los abuelos son una fuente incalculable de sabiduría, porque debido a su experiencia tienen una visión amplia y pueden predecir el futuro con base en los movimientos sociales y fenómenos naturales del pasado y del presente. Ellas y ellos son actores importantes del proceso de aprendizaje de las niñas y los niños. Por lo tanto, la maestra o el maestro debe promover la participación de las personas mayores en la escuela y su interrelación con las y los estudiantes.

Liderezas y líderes comunitarios

“Si las personas me eligieron y me buscaron fue para servir a la comunidad, para resolver problemas, cuidar los bienes de todos así como promover nuestra forma de vivir.” Estas palabras de un alcalde auxiliar muestran que las liderezas y líderes comunitarios son personas que según su *ch’umilal* o misión, desempeñan un gran servicio para la colectividad o sea, la comunidad. Por lo tanto, ellas y ellos, con su gran





sabiduría, pueden aportar enormemente para el desarrollo educativo de la población, tanto para niñas y niños como para la juventud y las personas mayores.

Autoridades educativas

Las autoridades educativas también son actores del aprendizaje, puesto que en ellas recae la responsabilidad de facilitar los procesos de desarrollo. Por lo tanto, desde las máximas autoridades educativas como la Ministra o el Ministro, Directoras y Directores Departamentales, Coordinadoras y Coordinadores Técnicos Administrativos y Directoras y Directores de escuelas, intervienen en el desarrollo de los aprendizajes que se desarrollan en las aulas con las niñas y niños.

El Cosmos y la Madre Naturaleza

El Cosmos y la Madre Naturaleza, además de ser sagrados, son un espacio vivo para el aprendizaje. En tal sentido el aprendizaje puede y debe considerar a cada uno de los seres del Universo.

Los seres y los fenómenos se interrelacionan y hacen que la vida siga su ritmo natural. La escuela debe ser un lugar donde se forme en las niñas y los niños la consciencia de esa interrelación entre los seres del Universo. Esto no significa sólo hacer uso de objetos naturales como piedras, hojas, ramitas, etc. Es necesario ir más allá en el conocimiento y comprensión de la Naturaleza, por ejemplo observar los ciclos de los fenómenos naturales, el movimiento de las nubes, el lenguaje de los animales, el movimiento de la Tierra, etcétera.

Esta sabiduría la tienen las abuelas y los abuelos que han profundizado en el conocimiento del Cosmos y de la Madre Naturaleza. La escuela debe aprovechar la sabiduría de las abuelas y de los abuelos con relación a la interacción entre el ser humano y la Naturaleza.



Metodología

El aprendizaje desde la Cultura Maya

En los pueblos mayas existe un sistema matemático que se evidencia en la agricultura, los diseños y simbología de los tejidos, el cálculo de las fases de la Luna y de las fases de Venus (ikoq'ij), el sistema de medidas y áreas, el recuento de los días de los calendarios, la numeración oral, los altares mayas, las ofrendas, los días de nacimiento, la medicina, etcétera.

El aprendizaje desde la Cultura Maya se da de manera práctica, por imitación y corrección continua.

Ejemplos:

Para enseñar a la niña a tortear, la madre le da una bola de masa de maíz a su hija, ella imita los movimientos de las manos de la madre al tortear y paulatinamente va haciendo sus propias tortillas esto se vuelve una actividad lúdica. Durante el proceso de aprendizaje, se corrige a la niña para que perfeccione el procedimiento para la elaboración de las tortillas. Este proceso va acompañado de los consejos de las personas mayores, por ejemplo, las abuelas aconsejan a sus nietas, que cuando haya Luna Llena, le pidan a la abuela Luna que les enseñe a hacer tortillas redondas.

Cuenta un marimbista maya que aprendió el arte de ejecutar el instrumento cuando era niño. Su abuelo le enseñó a escuchar y a observar a los marimbistas, muchas veces se quedaba dormido debajo de la marimba y seguía escuchando la música en sus sueños.

Estos ejemplos evidencian que el aprendizaje desde la Cultura Maya es intuitivo, vivencial y de acuerdo con el ch'umilal (día de la concepción) y del día del nacimiento, Tuj qq'ij Qb'e o Nuestra Misión; es decir de acuerdo con la misión que las niñas y los niños traen desde su nacimiento.

El aprendizaje es integral, un tema se relaciona con otros, por ejemplo al aprender el arte de tejer, también se aprende matemáticas, diseño de símbolos, estética y sobre todo la cosmovisión.

La comprensión del orden del Cosmos es parte relevante del aprendizaje desde la Cultura Maya. Un aspecto que nos ilustra esta característica es el uso de patrones para representar los movimientos de los astros y los ciclos del tiempo. La vida se ordena de acuerdo con los días del calendario, cada día tiene un profundo significado y es propicio para realizar determinadas actividades. Todas las actividades cotidianas de un ser humano están regidas por los ciclos que presenta el calendario maya.

La concentración es otra característica del aprendizaje en las comunidades mayas, no se emprende una actividad en cualquier momento; cada actividad, cada etapa, tiene su momento y la persona debe entregarse completamente a ella sin distraerse con otras cosas o con lo que pueda venir después.

Con base en algunas de las características descritas, se puede establecer que el aprendizaje desde la cultura maya, por ende de la matemática y otras áreas, se da a través de tres momentos pedagógicos.

. **Observo, pregunto, imito y escucho consejos**

Este momento pedagógico parte de la observación y contemplación de la Naturaleza, de los fenómenos naturales y de las relaciones sociales y culturales. La maestra o el maestro pueden auxiliarse con materiales didácticos como ilustraciones, textos y materiales paratextuales. En este momento se induce a las niñas y a los niños a buscar respuestas para ciertas preguntas y a reflexionar a partir de lo observado.

También, dependiendo de las competencias que se quieran alcanzar, es el momento en que imitan acciones que modela la o el docente u otras personas de la comunidad, y escuchan los consejos que les dan.

. . **Practico y corrijo**

Las actividades de este momento tienen como objetivo que las niñas y los niños ejecuten los procesos aprendidos y corrijan los errores. Es el momento oportuno para practicar y perfeccionar el nuevo conocimiento.

... **Aplico**

En este momento, las niñas y niños demuestran lo aprendido y producen nuevos conocimientos.

La Cultura Maya hace uso de la tradición oral, las artes, el juego, las actividades de la vida cotidiana y la relación con la Madre Naturaleza y el Cosmos para el aprendizaje. A la vez integra y vincula los nuevos conocimientos con los que las niñas y los niños ya poseen.

Para el desarrollo de la matemática maya, se buscará aplicar procedimientos que respondan a las características de desarrollo propio de la niña y el niño, así como las características del aprendizaje desde la cultura maya, es decir, un aprendizaje natural, respetando sus valores y su idiosincrasia cultural.





Recursos didácticos

Los recursos didácticos son medios que facilitan la visualización y la comprensión, así como la comunicación de conocimientos y vivencias. Los materiales y juegos hacen que el proceso de aprendizaje tenga los medios apropiados que respondan a los intereses naturales de la niña y el niño. Así como medios que sirvan de gran ayuda para comprender conceptos.

Textuales

Dentro de los materiales textuales, se encuentran los libros de matemática, revistas, folletos, periódicos, libros infantiles relacionados con el tema, enciclopedias, etc.

Paratextuales

Entre los materiales paratextuales se encuentran los siguientes: cuerdas de lazo, cubos de madera, hilos, semillas, piedras, palillos, canastos, petates, morrales, maletas, maíz, frijol, flores, hojas de plantas, güipiles, trompos, cera de abeja, ilustraciones, el cuerpo humano, la Naturaleza, etc. El uso de ellos propicia no solo el aprendizaje, sino la contextualización de la educación.

El desarrollo de la matemática se puede auxiliar con tecnología educativa como la computadora, un equipo reproductor de DVD, televisor, etc.

Socializo y aplico mi aprendizaje

- . En grupos de trabajo hacemos una descripción de las niñas y los niños de nuestra comunidad: ¿Qué les gusta? ¿Qué valores traen del hogar? ¿Cuáles son sus juegos preferidos? ¿Qué aprendizajes relacionados con la matemática adquieren en el hogar? Etcétera.
- .. Hago un esquema para explicar los actores del proceso de aprendizaje. Lo comparto con mis compañeras y compañeros.
- ... Escribo ejemplos relacionados con la forma de aprender de las niñas y los niños mayas en el hogar.
- Comparto con mis compañeras y compañeros información que pueda enriquecer los temas trabajados en esta unidad.





Unidad 2

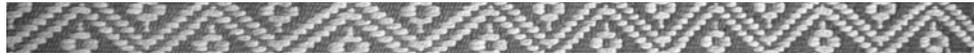
Fundamentos teóricos

Lo que deseamos alcanzar

- ❖ Explicar fundamentos teóricos relacionados con la matemática maya.
- ❖ Escribir numerales utilizando el sistema de numeración base veinte o Winäg.
- ❖ Utilizar los términos adecuados para conceptos matemáticos.
- ❖ Manejar vocabulario relacionado con la geometría y las unidades de medida propias del pueblo maya.
- ❖ Explicar en qué consiste el cálculo de probabilidades y cómo se puede hacer.

¿Qué sabemos del tema?

- ❖ ¿Por qué es tan importante el conocimiento del concepto del cero que tenían los mayas?
- ❖ ¿Cuáles son los tres símbolos de la numeración maya?
- ❖ ¿Qué es un sistema de numeración posicional?
- ❖ ¿Qué relación hay entre la numeración maya y el cuerpo humano?
- ❖ ¿Cómo se escribe el número 2008 en números mayas?
- ❖ ¿Cuáles son los nombres de las figuras geométricas en idioma kaqchikel?
- ❖ ¿Qué unidades de medida se utilizan actualmente en las comunidades?
- ❖ ¿Por qué es importante el cálculo de probabilidades?



La Matemática Maya

La matemática maya, al igual que las otras ciencias, se desarrolló recreando lo creado en el Universo; es decir, descubriendo el orden del tejido cósmico, al cual pertenece la humanidad. Por ejemplo, el sistema de numeración maya se derivó de los veinte dedos (diez de las manos y diez de los pies) de las personas, de los Winäq¹.

Los logros en astronomía y matemática sorprenden a los científicos en la actualidad, Sylvanus Morley² considera al pueblo maya como “el más brillante del planeta”. En la cultura maya determinaron la duración del año solar con más exactitud que el calendario gregoriano de uso actual y calcularon ciclos de tiempo que abarcan millones de años. En las estelas F y D de Quiriguá aparecen fechas de 90 y 400 millones de años.

Desde hace muchos años, los investigadores y epigrafistas (científicos que interpretan las inscripciones) han hecho grandes esfuerzos para descifrar la escritura maya. A estos esfuerzos se han sumado personas de origen maya que estudian la epigrafía. Gracias a esta ciencia se han alcanzado conocimientos sobre el origen, ciencia y tecnología de la cultura maya, aunque aún queda mucho por descifrar.

La matemática maya no solo se refiere a operaciones aritméticas, es la ciencia de los números, las relaciones, las medidas, los procesos y las estructuras que facilitan y desarrollan esquemas mentales para resolver distintas situaciones de la vida y entender el mundo desde su concepción propia.

Los conocimientos mayas se han venido transmitiendo de generación en generación a través de la comunicación oral; los grabados en piedra, como los cálculos astronómicos y calendáricos; los pocos códices que se rescataron de la destrucción producto de la invasión; las crónicas indígenas como *El Título de los Señores de Totonicapán*, *Anales de los Kaqchikeles*, los libros de *Chilam Balam*. Todas éstas han sido fuentes de inestimable valor para reconstruir los conocimientos.

Los principios de la matemática maya se han continuado utilizando a través del tiempo, lo cual se evidencia en los diseños de la cerámica y los tejidos, en las pinturas y en la arquitectura. Los conocimientos sobre geometría se hacen evidentes en las figuras plasmadas en los tejidos.

Existen muchas partículas numéricas y conceptos matemáticos en la expresión oral de los pueblos mayas que aluden a una teoría matemática, las cuales es importantísimo desarrollar. Por ejemplo, el término *kaji' oxtz'uk* es una expresión geométrica que indica una cantidad de vértices en el espacio tridimensional.

¹ Proyecto Multiplicador de Educación Maya Bilingüe Intercultural / PROEMBI – PROEIMCA. Manual de Cultura Maya e Interculturalidad.

² Sylvanus Morley (1883 - 1948). Arqueólogo, epigrafista y estudioso estadounidense, se destacó por sus aportes al estudio la cultura maya precolombina.





Así como el conocimiento de dos o más idiomas amplía la capacidad de manejar situaciones nuevas con mayor grado de comprensión, el conocimiento y manejo de dos o más sistemas matemáticos amplían la posibilidad de resolver situaciones nuevas con mayor eficiencia.

Para la comprensión del sistema de numeración maya en este manual, se recurre también a numerales indoarábigos, porque las maestras y los maestros aún no está muy familiarizado con los numerales mayas, debido a que el sistema de educación no contempla dichos conocimientos en el pènsum de estudios.

Sistema de numeración

La diferencia en el aumento o disminución de cantidades se representa con un símbolo gráfico al que se llama numeral. Para representar cualquier número son necesarios símbolos y reglas que deben seguirse para combinarlos. Se llama Sistema de numeración al conjunto de símbolos y de reglas para su combinación.

Sistema de numeración posicional

Un sistema de numeración posicional es aquel donde los numerales toman un valor determinado dependiendo de la posición (nivel) en que se encuentran. Así, en el sistema decimal los numerales en la primera posición tienen valor de unidades, en la segunda de decenas, en la tercera de centenas y así sucesivamente.

231=doscientos treinta y uno

1= una unidad
3= tres decenas = 30
2= dos centenas = 200

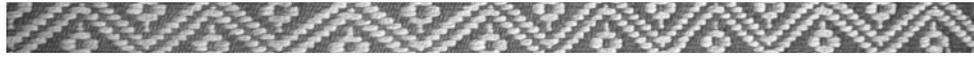
El valor absoluto de un número es el que tiene independientemente de la posición que ocupa.

El valor relativo es el que tiene el número dependiendo del lugar o posición que ocupa. En el ejemplo anterior, el valor absoluto de la segunda cifra es “tres” y el valor relativo es “treinta”.

Sistema de numeración maya

Los mayas fueron los primeros que hicieron uso del concepto matemático cero, por consiguiente del valor relativo de las cifras. Ya contaban con un sistema de numeración perfecto, posicional y con el elemento cero, aproximadamente 100 años A. de J.C. casi mil años antes de la “invención” del cero en la India³.

³ La primera inscripción numérica que se conoce en América se encuentra en la Estela 2 de Chiapa de Corzo, contiene la inscripción 7.16.3.2.13 que representa el año 35 a.C. La primera inscripción numérica en la India con el elemento cero aparece en el año 876 d.C.



Hace algunos años algunos investigadores creían que no lo inventaron los mayas sino que lo heredaron de otra gran civilización, la Olmeca; actualmente, después de otros hallazgos se cree que los Olmecas no existieron antes que los mayas sino que eran florecientes civilizaciones que se desarrollaron contemporáneamente y es posible que sus ciencias matemáticas se desarrollaran en forma paralela⁴.

Los mayas hicieron uso de un “tablero” de cálculo para hacer sus cuentas. Al respecto Fray Diego de Landa escribió en su obra *Relación de las cosas de Yucatán*: “Que su contar es de 5 en 5 hasta 20, y de 20 en 20 hasta 100 de 100 en 100 hasta 400, y de 400 en 400 hasta 8 mil: y de esta cuenta se servían mucho para la contratación del cacao. Tienen otras cuentas muy largas y que las extienden ad infinitum contando 8 mil 20 veces, que son 160 mil. Y tomando a 20, duplican estas 160 mil, y después de irlo así duplicando hasta que hacen un incontable número, cuentan en el suelo o cosa llana”

Símbolos de la numeración maya

El cero

El cero es un elemento importante en los sistemas de numeración posicional. El cero como numeral maya tiene profundas connotaciones filosóficas. No tiene un nombre específico, los especialistas en escritura maya le llaman miq’ un término yucateco. En Kaqchikel se le denomina **wa’ix**.

En la escritura maya se encuentra representado como una concha o una semilla. Las otras representaciones del cero son: una flor estilizada de cuatro pétalos o un rostro de mandíbula descarnada, puede evocar comienzo y final.



Tiene relación con alguna parte de la anatomía humana, al igual que los otros símbolos donde las barras representan las extremidades y los puntos, los dedos. Algunos investigadores lo relacionan con el ombligo, otros con la cabeza del ser humano.

El uno

Este número se representa con un punto.



⁴ Se creía que los Olmecas inventaron la escritura en 300 a.C. y la transmitieron a los mayas pero en abril del 2005, Carlos Beltran descubrió en San Bartolo, Petén; jeroglíficos mayas que datan de 200 a 400 a.C. (con pruebas de carbono 14.)





El cinco

Una barra representa el número cinco.



Numeración Vigesimal Maya

Se le denomina sistema Winäq o vigesimal porque su base es veinte, significa que el valor relativo de cada cifra es el producto de multiplicar la cifra por la potencia de base 20.

Grupos de 8000 20^3 $20 \times 20 \times 20$
Grupos de 400 20^2 20×20
Grupos de 20 20^1
Unidades 0 a 19

Reglas para la escritura de los numerales

- . El cero se puede escribir en cualquiera de las posiciones.
- .. El punto se puede escribir en cualquiera de las posiciones. Solamente se puede escribir el punto hasta cuatro veces en un mismo nivel, cinco puntos se transforman en una barra.
- ... La barra se puede escribir en cualquiera de las posiciones. Solamente es posible escribirla tres veces en un mismo nivel, cuatro barras se transforman en un punto en la posición inmediata superior.

En los códices y en las estelas se pueden apreciar los números escritos en forma horizontal o vertical.





El nombre de los números tiene similitud en los diferentes idiomas mayas, en Kaqchikel, se escriben así:

· · jun	·· · ka'i'	··· · oxi'	···· · kaji'	— wo'o'
· · waqi'	·· · wuqu'	··· · waqxaqi'	···· · b'eleje'	== lajuj
· · julajuj	·· · kab'lajuj'	··· · oxlajuj'	···· · kajlajuj'	=== wo'lajuj'
· · waqlajuj	·· · wuqlajuj'	··· · waqxaqlajuj'	···· · b'elejlajuj	⊖ ⊖ maj rejqalem

Para representar cantidades mayores a 19 se utiliza el valor posicional. Veamos algunos ejemplos en forma vertical.

Numeral maya

20^2	400	..
20^1	20	.
20^0	1	—

Decimos que tenemos 2 cuatrocientos, 1 veintena y 5 unidades. Si lo descomponemos obtenemos:

$$\begin{array}{r}
 2 \times 400 = 800 \\
 1 \times 20 = 20 \\
 5 \times 1 = \underline{5} \\
 \hline
 825
 \end{array}$$

Es necesario recordar que un número elevado a la potencia cero es igual a uno.

Uso de otra bases

El sistema de escritura de los numerales grabados en piedras y códices se acopla perfectamente al sistema oral que aún se conserva. Existen términos numéricos que





merecen un especial enfoque. Se trata de los términos Täq y Much’.

Teóricamente se pueden formar infinita cantidad de sistemas de numeración dependiendo de la base que se escoja, siempre es posible desarrollar un sistema con base diferente de uno (1). Así, existe el sistema de base dos (binario) que utilizan las computadoras, el sistema de base diez, de base ocho, de base cinco, etc.

Ahora, si consideramos algunos términos numéricos en el idioma maya, que son diferentes en cuanto al patrón que siguen, podemos inferir que los mayas utilizaron sistemas de otras bases además del sistema de base veinte.

Los términos **Täq** y **much’** nos dan indicio de ello. En kaqchikel, cuarenta se dice: *Kawinaq*, que significa dos personas, o de forma más práctica *kak’al*, dos veintenas que igualmente significa cuarenta. Se sigue una lógica clara, sin ninguna confusión, para decir cien decimos *wok’al*, que significa cinco veintenas; entonces *lajk’al* significa diez veintenas es decir doscientos. Así se llega a diez y nueve veintenas y luego a veinte veintenas o cuatrocientos que se dice *juq’o’*. Esta serie tiene una lógica evidente.

Sin embargo existe otra partícula que significa también doscientos: **wotäq**. Si descomponemos el término tenemos:

Wo Raíz: número cinco.

Täq Partícula: numeral cuarenta.

Entonces, *Wotäq* significa literalmente “cinco cuarentas”. También existen los términos *katäq*, *oxtäq*, *waqtäq*, etc. que es la cuenta de la serie de cuarentas. Aquí no se utiliza la base veinte sino cuarenta. Se usa jujnal para unidades, una sola unidad se dice jun *raq’än* en kaqchikel. (El siguiente término de la posición superior para seguir la serie de cuarentas se desconoce).

Tu’q	40^2	1600	
	40^1	40	—
Jujnal’	40^0	1	☉

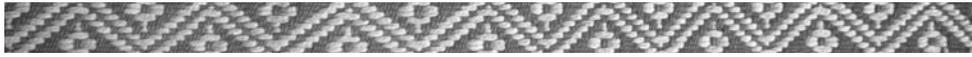
$$\begin{array}{r} 40 \times 5 = 200 \\ 1 \times 0 = \underline{0} \\ \hline 200 \end{array}$$

Wotäq significa doscientos. La base aquí es cuarenta.

Podemos hacer un análisis similar con el término *womuch’*.

Wo raíz: número cinco

Much’ partícula: numeral ochenta



El numeral significa el número cuatrocientos.
Podemos descomponerlo en polinomios y tenemos

Much'	80^2	6400	
	80^1	80	—
Jujunal	80^0	1	

$$\begin{array}{r} 80 \times 5 = 400 \\ 1 \times 0 = \underline{0} \\ \hline 400 \end{array}$$

Entonces *womuch'* significa 400. La base ahora es ochenta.

Posiblemente utilizaban estos términos, de otras bases siempre múltiplos de veinte, para facilitar el conteo de números grandes o para casos muy especiales. No se conocen los nombres de las otras posiciones.

Además de estas observaciones es importante notar que en la cuenta de los ciclos de tiempo, también hicieron uso de un sistema de base 13.



El nombre de los números

Ya conocemos los números de cero a diecinueve, el número veinte se denomina en la mayoría de los idiomas mayas **jun winäq** que significa una persona humana. Al número veinte también se le conoce como **k'al**, el número cuarenta puede ser **kawinaq** o **kak'al**, en los procedimientos para cálculos y conteos grandes se adopta el término **k'al**.

Para contar los números después de veinte existen dos sistemas:

El clásico: consiste en contar los números empezando por la unidad y seguido de la veintena próxima.





Ejemplo: *jun rukak'al, ka'i' rukak'al, oxi rukak'al*, consecutivamente, esto es uno para la segunda veintena, dos para la segunda veintena y tres para la segunda veintena. Cabe mencionar que este sistema aún se utiliza en comunidades de la región occidental de Guatemala.

El sistema simple: este sistema consiste en contar primero las veintenas seguidas de las unidades así: *Juk'al jun, juk'al ka'i', juk'al oxi'*: veintiuno, veintidós, veintitrés, consecutivamente. Este sistema, es el que se está utilizando en la mayoría de centros educativos.

Para contar un número grande necesitamos saber el nombre de las posiciones o sea de las potencias de base veinte.

K'ala'	20^4	160,000
Chuy	20^3	8000
Q'o'	20^2	400
K'al	20^1	20
Jun	20^0	1

Ejemplo 1: Veamos el siguiente numeral (Kaqchikel)

Chuy	==
Q'o'	☉
Ka'l	··
	—

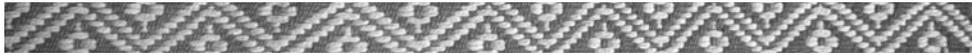
Se cuenta *lajchuy waqk'al wo'o'*. Representa el número 80,125 del sistema decimal. Nótese que oralmente no se cuenta el cero.

Ejemplo 2: (Kaqchikel)

K'ala'	··
Chuy	—
Q'o'	··
Ka'l	≡
	··

Este numeral se lee: **kablajkal'a w'ochuy kab'lajq'o waqlajk'al wuqu'** y representa el número 1,965,127 del sistema decimal.

En los idiomas mayas existen muchas partículas numerales, debido a que los numerales aceptan prefijos y derivan palabras.



Algunos ejemplos:

Ordinales

Nab'ey	ruk'an	rox	rukaj	ro'	ruwaq	ruwuq	ruwaqxaq
primero	segundo	tercero	cuarto	quinto	sexto	séptimo	octavo

Como agrupación de series

Jujun	de uno en uno
Kaka'	de dos en dos
Ox'ox'	de tres en tres
Kajkäj	de cuatro en cuatro
Wotäq	de cinco en cinco
Waqtäq	de seis en seis
Wuqtäq	de siete en siete

Se convierte en verbos cuando se le agrega un sufijo -ibe'j,

Ka'ibe'j	duplicar
Oxib'ej	triplicar
Kajib'ej	cuadruplicar

Existen muchas otras partículas numéricas que denotan espacio, cardinalidad de conjuntos, unión de planos y unidades de medida.

Los numerales mayas representados con rostros

Los mayas tenían diferentes formas para representar los numerales, la forma más simple era la representación con puntos, barras y una concha para representar el cero. Otra forma era la representación de los numerales con rostros humanos, con diferentes caracterizaciones o el uso de figuras humanas completas. En las ilustraciones tenemos algunos ejemplos.



Los numerales “rostros de perfil”

				
kow cero	Jun Uno	kab' dos	ox tres	kyaj cuatro
				
jwe' cinco	Qaq Seis	wuq siete	wajsaq ocho	b'elaj nueve
				
laj diez	Junlaj Once	kab'laj doce	oxlaj trece	kyajlaj catorce
				
jwe'laj quince	Qaqlaj Dieciséis	wuqlaj diecisiete	wajxaqlaj dieciocho	b'elajlaj diecinueve

Geometría y unidades de medida

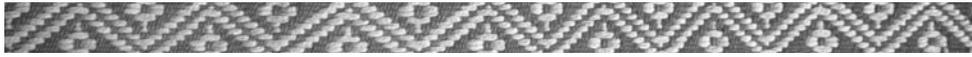
En los idiomas mayas existen muchos términos que se refieren a figuras y cuerpos geométricos, conviene que la maestra o el maestro investigue los nombres de las figuras y los cuerpos sólidos básicos en su comunidad y que maneje esos términos en el desarrollo de las actividades que se proponen.

La geometría es la rama de la matemática que estudia idealizaciones del espacio en figuras y formas: polígonos, rectas, planos, puntos, superficies, poliedros, etc. Entre otras cosas, la geometría nos sirve para construir edificios y diseños de arte.

El enfoque de geometría que utilizaron y utilizan los mayas es realmente admirable. La geometría maya de la actualidad se aprecia en la vestimenta. Los tejidos pueden ser analizados desde sus estructuras geométricas y se puede aplicar en ellos cálculos aritméticos.



Muestra de un tejido, uno de los cientos de diseños mayas actuales.



Algunos términos geométricos en K'iche' y Kaqchikel

Xq'ut	límite	Setelik	cuadrado	k'olaj	esfera
Chuq'	punto	Setesik	de forma circular	Set'ël	circular, redondo
Ruwäch	ancho	Tzelaj	borde	K'iyatz'uk	polígono
Raqän	largo	jutz'	agudo		
Xkin	lado	xo'l	ángulo		
Choj	recto	y'ok	torcido		
Ukoot	curva	Setaj	circunferencia		

K'iyatz'uk,⁵ Polígonos regulares

Los polígonos regulares tienen todos sus ángulos iguales y sus lados del mismo tamaño.

Medidas de tiempo

La cultura maya midió el tiempo con gran precisión, su calendario es el más perfecto creado por el ser humano. Fijaron una fecha de inicio. (0.0.0.0.0), ésta es el día 4 Ajpu', 8 Kumk'u', que corresponde a agosto del 3114, antes de Cristo.

El año astronómico real, el período que tarda la Tierra en su movimiento de traslación alrededor del sol, medido con lo más avanzado de la tecnología actual, es de 365.242198 días. El calendario gregoriano que se empezó a usar en el año de 1582, tiene una media de duración del año de 365.2425 días. Lo que significa que tiene una diferencia de 26 segundos con el real. El calendario maya tiene una media en la duración del año de 365.242233 con una diferencia de apenas 3 segundos del real.

En las comunidades mayas se manejan dos calendarios: el Cholq'ij y el Ab'.

El Cholq'ij

Conocido también como "Tzolkin", consta de 260 días, dividido en trece meses de 20 días cada uno. Este calendario rige aspectos humanos, pues consta de 260 días, tiempo en que tarda un ser humano en gestarse dentro del vientre de su madre.

⁵ Los nombres de polígonos y poliedros en kaqchikel, fueron tomados de RETAMAB'ALIL AJILANEM, CLK-ALMG. Guatemala 1999.





Los veinte días son los siguientes:

Imox	Iq'	Aq'ab'al	K'at	Kan
Keme	Kej	Q'anil	Toj	Tz'i'
B'atz'	E	Aj	I'x	Tz'ikin
Ajmaq	No'j	Tijax	Kawoq	Ajpu'

El ciclo se vuelve a repetir después de 260 días. La combinación de 13 x 20.

El Ab'

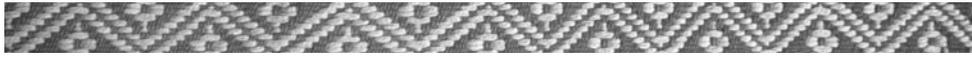
El Ab' o año es un período de 365 días, establecido con base en el movimiento de rotación de la Tierra alrededor del Sol. Está dividido en 18 meses de 20 días cada uno, más un período de 5 días, denominado Wayeb', los cuales son considerados sagrados. Estos cinco días complementan el año solar, agrícola o civil, que comprende en el calendario gregoriano del 23 de febrero al 22 de febrero del siguiente año. A cada mes del Ab' se le nombra de forma sucesiva en idioma Maya Yucateco: Pohp, Wo, Sip, Sotz', Tzek, Xul, Yaxk'in, Mol, Chen, Yax, Saq, Sej, Mak, K'ank'in, Muan, Pax, Kayab', Kumk'u'.

La Rueda Calendárica

Un día del Cholq'ij se repite cada 260 días, un día en el Ab' se repite cada 365 días.

Para que un día vuelva a ser 1 Tz'ikin 8 Yax, tienen que pasar 18,980 días o sea 52 años. A este período los mayistas le llaman rueda calendárica. Antiguamente cada ciclo de 52 años era celebrado con muchas fiestas y se tallaba en piedras el registro del acontecimiento.

Otra actividad que aún se conserva en nuestras comunidades es la observación de los días cargadores del año. A cada año se le nombra con uno de los siguientes cuatro nawales: E', No'j, Iq', Kej, los cuales se les conoce como "cargador" o regidor del año. A dicho nawal se le adjunta de forma correlativa la escala numérica de 1 a 13, lo que matemáticamente representa $4 \times 13 = 52$ años. Además, esta rueda registra la cronología de los años, con lo cual se contabilizan hasta el año gregoriano 2006 el curso del año maya 5,122 correspondiente al "cargador" nawal 7 Kej. Lo más sobresaliente en esta combinación del Cholq'ij y el Ab', es que sólo al cabo de cada ciclo de 52 años, coincide en ambos calendarios una fecha dada y como consecuencia, será hasta entonces que se repetirán los fenómenos naturales, e igualmente en dicho tiempo, volverán a nacer personas con idénticas características humanas.



Unidades de medida

Para medir espacios, masas, pesos, cantidades, superficies, volúmenes se utilizan medidas convencionales o unidades de medidas. Las unidades más utilizadas a nivel internacional son el metro, el litro, la libra, centímetros cúbicos, etc.

Conozcamos algunas de las unidades de medidas más utilizadas en las comunidades:

Moq'	puñado (de granos)
Much'	puñado
Q'oraj	bodoque (de masa)
Qum	trago
Cha'y	medida de líquido
Li'aj	extensión de terreno
Setaj	objeto circular
B'olaj	forma enrollada
B'olaj	surco
T'as	contar por capas
Peraj	porción
Mej	rato
Ximaj	conjunto de diez pares de hilos
Tunaj	cosas cilíndricas
Tusaj	hojas rectangulares
Q'etaj	manejo
Tanaj	porción
Molaj	grupo de personas
Cholaj	hilera
K'ulaj	par
Tzeqaj	racimo
B'oraj	manejo
Chumay	medida de la mano al codo
Alk'utu'	medida del extremo del dedo pulgar al extremo del dedo índice
Jaj	brazada
K'am	área de terreno de cuarenta varas cada lado
Raq'an k'am	longitud de cuarenta varas (Esta medida antigua difiere actualmente en las comunidades)

Probabilidades y Estadística

Probabilidades

Siempre existen decisiones que tomar en situaciones de incertidumbre, en estas situaciones se corren riesgos. Por eso es importante analizar las situaciones para poder tomar decisiones acertadas y minimizar el riesgo. El cálculo de probabilidades desarrolla en las niñas y los niños la habilidad de juzgar eventos futuros.





Existen tres enfoques de la teoría de probabilidades

Modelo de frecuencia relativa

En este enfoque se utiliza datos del pasado para estimar la probabilidad de que vuelva a ocurrir un evento.

Se determina de la siguiente forma:

$$\text{Probabilidad del evento} = \frac{\text{Número de veces que ha ocurrido un evento en el pasado}}{\text{Número total de observaciones}}$$

El modelo subjetivo

Se estima la probabilidad de un evento basada en la mejor evidencia posible. Se utiliza cuando se desea determinar la probabilidad de que ocurra un evento. Se basa en las opiniones y creencias. En la cultura maya se utiliza este enfoque para predecir eventos relacionados con cambios climáticos. Existe un modelo matemático maya para predecir acontecimientos que utilizan las y los guías espirituales mayas, se basa en una combinación de la sabiduría interna y un sistema numérico perfectamente estructurado en la combinación de los días del calendario y los números. Se utilizan granos del **tz'ite'** o palo de pito. Este sistema forma parte del conjunto de conocimientos guardados por los mayas.

El modelo clásico

A priori, se estima la probabilidad de la ocurrencia de un evento mediante esta relación.

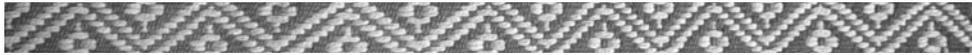
$$\text{Probabilidad del evento} = \frac{\text{Número de formas en las que puede ocurrir un evento}}{\text{Número total de posibles resultados}}$$

Un ejemplo, si lanzamos una moneda al aire, la posibilidad de conseguir un escudo en un lanzamiento es la mitad o sea $\frac{1}{2}$.

Podemos utilizar la relación correspondiente o sea.

$$\text{Probabilidad de E.} = \frac{\text{Número de formas en las que puede ocurrir un evento}}{\text{Número total de posibles resultados}}$$

La probabilidad de un evento es medida por valores numéricos comprendidos entre 0 y 1. Cuanto más se acerque a 1 es mayor la probabilidad de que ocurra el evento. Entre más cercano esté de cero, es menor la posibilidad. También se mide por porcentajes. En el caso de la moneda la probabilidad de conseguir cara es de 0.5 o sea 50%.



Socializo y aplico mi aprendizaje

- . Respondemos las preguntas en grupos y compartimos nuestras conclusiones con otros grupos.
 - ◆ ¿Por qué se considera un avance muy importante el conocimiento que tenían los mayas acerca del cero?
 - ◆ ¿En qué se basan los científicos para afirmar que los mayas tuvieron un calendario más exacto que el calendario gregoriano?
 - ◆ ¿Qué importancia tiene la enseñanza de la matemática maya en la escuela?

- .. Escribo la definición de los siguientes términos.
 - ◆ Sistema de numeración
 - ◆ Sistema posicional de numeración
 - ◆ Valor absoluto de un número
 - ◆ Valor relativo de un número
 - ◆ Winäq
 - ◆ Cholq'ij
 - ◆ Ab'

- ... En parejas practicamos la escritura de numerales utilizando el sistema Winäq. Escribimos el nombre del número en el idioma de nuestra comunidad y su representación con numerales mayas.
 - ◆ 0
 - ◆ 1
 - ◆ 5
 - ◆ 19
 - ◆ 84
 - ◆ 223
 - ◆ 1001
 - ◆ 9714

- Escribo una lista de las medidas utilizadas en mi comunidad y explico cómo se utilizan.





Unidad 3

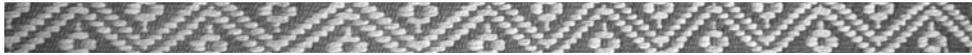
Nivel de Educación Preprimaria

Lo que deseamos alcanzar

- ❖ Identificar las características propias del desarrollo de la inteligencia en las niñas y los niños del Nivel de Educación Preprimaria.
- ❖ Establecer la relación entre estas características y las competencias y contenidos del nivel.
- ❖ Aplicar en el aula actividades para el desarrollo del pensamiento lógico y la matemática maya.

¿Qué sabemos del tema?

- ❖ ¿Cuál es nuestra función como guías en el aprendizaje de las niñas y de los niños?
- ❖ ¿Qué caracteriza la Etapa Preoperatoria de la inteligencia?
- ❖ ¿Qué competencias debemos alcanzar en el nivel preprimario?
- ❖ ¿Qué actividades podemos llevar al aula para apoyar el aprendizaje de las niñas y los niños?



Competencias y contenidos

Competencias	Contenidos
Establece relaciones entre personas, objetos y figuras geométricas, por su posición en el espacio y por la distancia que hay entre ellos.	Los cuatro puntos cardinales Uso del punto La línea Figuras geométricas Medidas
Establece relaciones de ubicación espacial entre elementos de su entorno	Relación espacial entre los objetos Comparación del movimiento
Establece relaciones entre conjuntos de elementos de acuerdo a su número (0 a 20).	Números de 0 a 20 Desarrollo del sentido numérico Los numerales ☉, . y — como símbolos de la numeración maya Clasificación, seriación, identificación de patrones Ordinalidad y seriación Reconocimiento de cantidades Representación simbólica de cantidades

Ejemplos de Indicadores de Logro

- ❖ Identifica los puntos cardinales.
- ❖ Describe oralmente la ubicación de un objeto.
- ❖ Clasifica objetos de acuerdo con su forma, tamaño y color.
- ❖ Ordena objetos de acuerdo con el tamaño.
- ❖ Identifica los numerales mayas de 0 a 20.
- ❖ Identifica los elementos de un conjunto.
- ❖ Parea el número de objetos de una ilustración con el numeral que le corresponde.
- ❖ Identifica el objeto o figura que debe seguir en una serie.
- ❖ Dice el nombre de los números en su idioma materno.

Fundamentos metodológicos

Jean Piaget es un investigador que ha hecho profundos estudios sobre el desarrollo intelectual de la niña y el niño. Las conclusiones de Piaget tienen una enorme importancia en el aprendizaje de la matemática y el aprendizaje en general. Por eso partiremos de algunas ideas de Piaget y del constructivismo, corriente pedagógica que se desarrolla a partir de las ideas de este científico.





El aprendizaje ocurre desde el primer día del nacimiento; la inteligencia se desarrolla en relación con los estímulos y el ambiente. Los estímulos pueden ser internos y externos. Las niñas y los niños de preprimaria se encuentran en el llamado Estadio Preoperatorio de la inteligencia. En esta etapa adquieren la función simbólica.

En la etapa anterior, del nacimiento a los dos años, las niñas y los niños conocían lo que podía ver, tocar y escuchar; sabían que la madre estaba porque la veían y escuchaban su voz. En el Estadio Preoperatorio de la inteligencia ya pueden evocar mentalmente a su madre aunque no esté presente y no haya estímulos directos como escuchar su voz o verla. Se dice que la niña o el niño ha adquirido la función simbólica cuando es capaz de imitar a otras personas.

En este periodo también empiezan los juegos simbólicos o sea hacer que determinados objetos representen otros. Por ejemplo, jugar con un trozo de madera y decir que es un camión. Adquieren el lenguaje y acrecientan su vocabulario; para la niña o el niño una palabra es un símbolo, por ejemplo la palabra “mamá” simboliza a su mamá y la representa mentalmente. Ahora utiliza símbolos, imita situaciones pero no puede distinguir lo real de lo irreal.

El juego cumple un papel muy importante, con el juego puede crear el mundo de acuerdo a sus intereses, juega a ser papá, mamá, maestra, superhéroe, etc.

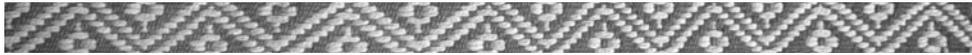
El egocentrismo es una característica particular de esta etapa, las niñas y los niños son egocéntricos, no diferencian entre su mundo y el de los demás. Consideran su opinión y punto de vista como el único. En ese sentido aún no pueden trabajar en equipo porque para ellas y ellos no existe otra opinión diferente a la suya. Cuando se juntan niñas y niños de esa edad, es posible que empiecen a hablar solos, nadie toma en cuenta lo que dice el otro. En sus juegos con otros no aceptan reglas y no hay ganador.

El animismo es una característica de esta etapa que consisten en que la niña o el niño confiere vida e intenciones a los objetos, piensa que las cosas están vivas y tienen intenciones, da de comer a sus muñecos y les habla.

La pregunta más común en niñas y niños menores de tres años es “donde está”, a partir de los tres años empiezan a preguntar “por qué”.

En esta etapa empiezan a dominar los siguientes procesos:

- ◆ Dividen el tiempo en pasado y futuro, aunque es muy común que se confundan y digan mañana en lugar de ayer.
- ◆ Con relación al espacio, distinguen lo lejano de lo cercano, lo grande de lo pequeño.
- ◆ Clasifican objetos por categorías.
- ◆ Perciben relaciones en series de objetos.
- ◆ Arman rompecabezas sencillos.



A partir de las características de las niñas y de los niños de preprimaria podemos establecer algunos aspectos relacionados con el trabajo en el aula:

- ♦ Trabajar utilizando símbolos, partir de los objetos para llegar a representaciones simbólicas de los mismos
- ♦ Desarrollar la lengua materna
- ♦ Utilizar el juego como fuente de aprendizaje
- ♦ Aprovechar el gusto por imitar de las niñas y de los niños como fuente de aprendizaje
- ♦ Desarrollar habilidades para trabajar en equipo
- ♦ Aprovechar el deseo de saber “por qué” como motivación para el aprendizaje

Específicamente en el área de matemática se recomienda seguir la metodología propuesta en la unidad dos de este manual, porque responde a las características de las niñas y de los niños en la etapa preoperatoria.

Como se señaló anteriormente, en la cultura maya las niñas y los niños aprenden por medio de la imitación, aprenden haciendo. Por eso es importante que ejerciten y practiquen permanentemente para desarrollar las competencias lógicas y matemáticas propias de su edad.

El papel de la maestra o del maestro es proporcionar orientación y experiencias de aprendizaje a las niñas y a los niños para que construyan sus conocimientos. El centro del aprendizaje es, entonces, la observación, reflexión y acción de las niñas y de los niños. La maestra o el maestro es un guía, desde el punto de vista maya, que modela procesos, promueve la observación y la reflexión, escucha las inquietudes de sus estudiantes, propicia actividades de aprendizaje y reorienta el proceso cuando es necesario.

También debe prevalecer la idea de que debe hacerse ensayos para aprender y avanzar poco a poco, cometer errores no es nada malo, utilizar los errores para seguir aprendiendo y aprender de los errores lógicos y matemáticos, ayuda a madurar la idea cualitativa y cuantitativa.

Las ideas matemáticas son ideas para seguir creando más ideas, por lo tanto debe ser un ejercicio activo e interactivo, de la realidad a la abstracción, de los objetos a las ideas y de los sujetos a la interacción y comunicación.

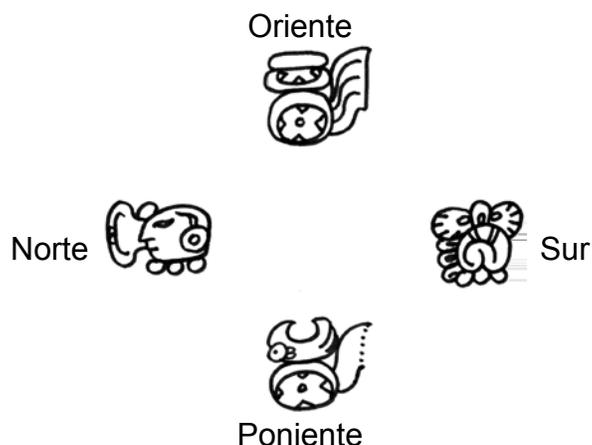


Estrategia y técnicas

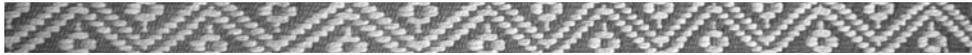
Actividad 1:	Nos Ubicamos en el mundo
Concepto clave:	El espacio tridimensional
Recursos:	El patio de la escuela o algún cerro cercano

Procedimiento:

- ♦ En el patio de la escuela las niñas y los niños con la orientación de la maestra o del maestro saludan al Sol.
- ♦ La primera vez, la maestra o el maestro muestra cómo se saluda al Sol, luego las niñas y los niños lo imitan.
- ♦ La maestra o el maestro pregunta: ¿Dónde sale el Sol?
- ♦ Si es por la mañana, las niñas y los niños buscan dónde está el Sol y señalan en esa dirección. Si es otra hora del día, la maestra o el maestro, a través de preguntas, los orienta.
- ♦ La maestra o el maestro indica que el nombre de esa dirección es Releb'al q'i'j (donde sale el Sol).
- ♦ Colocan una señal de color rojo señalando el Oriente, en el piso del patio (lo ideal es dibujar el glifo).
- ♦ Las niñas y los niños identifican el lugar por donde se pone (baja) el Sol. La maestra o el maestro indica que ese lugar se llama Ruqajib'al Qi'j.
- ♦ Colocan una señal de color negro señalando el Poniente en el piso del patio (lo ideal es dibujar el glifo).



- ♦ Luego, se señalan el Norte y el Sur.
- ♦ La maestra o el maestro explica que en el Norte es el lugar donde nace el viento y se llama Releb'al Kaq'iq' (donde sale el viento).
- ♦ Colocan una señal de color blanco (el glifo del Norte).
- ♦ Luego señalan en dirección opuesta y la maestra o el maestro explica que el lado contrario al Norte es donde cae el viento, Ruqajib'al kaqi'q'.



- ♦ Colocan una señal de color amarillo (el glifo del Sur).
- ♦ La maestra o el maestro pregunta: “¿En qué lugar estamos nosotros.” “En el centro”, se utiliza el término en el idioma maya.
- ♦ La maestra o el maestro orienta a través de preguntas a las niñas y a los niños para que señalen el Cielo donde está el Corazón del Cielo Ruk’u’x Kaj, y la Tierra donde está el Corazón de la Tierra Ruk’u’x Ruwach’ulew.
- ♦ Las niñas y los niños saludan nuevamente hacia los cuatro puntos cardinales.
- ♦ De aquí en adelante, saludarán todos los días al Sol y a los puntos del Universo.

Actividad 2: Pintamos con los dedos.

Concepto clave: Relación de elementos particulares con otros elementos

Recursos: Témperas, hojas, pliegos de papel.

Procedimiento:

- ♦ Se prepara una cantidad de témpera diluida en agua, lo suficientemente espesa para pintar.
- ♦ Cada niña o niño selecciona el color que más le gusta, remoja su mano con pintura e imprime la huella en un pliego de papel.
- ♦ Al final, cada quien trata de identificar cuál huella corresponde a su mano.

Variante

- ♦ Las niñas y los niños repiten el juego, pero esta vez se les pide que remojen solamente la punta de sus dedos en la pintura.
- ♦ Se hacen diferentes mezclas de témpera de tal manera que se obtengan muchos colores.
- ♦ Con la yema de sus dedos dibujan puntos de colores en un pliego de papel.
- ♦ Tratan de identificar sus dedos entre todos los que hay en el cartel.
- ♦ Si las condiciones lo permiten, es ideal que también impriman las huellas de los pies.

Actividad 3: El dado gigante

Conceptos clave: Codificación de números significativos
Algo y nada

Materiales: Una caja de cartón y marcadores.

Procedimiento:

- ♦ Se forra con papel blanco una caja de cartón cuadrada y luego se escribe en cada cara: un punto, dos puntos, tres puntos y cuatro puntos.
- ♦ Mientras dibujan los puntos, la maestra o el maestro cuenta con las niñas y los niños *jun, kai’, oxi’, kaji’* (uno, dos, tres, cuatro).





- ♦ La maestra o el maestro explica las reglas del juego: van a tirar la caja, si cae *jun* todos deben reír; si cae *ka'i'*, todos deben gritar; si cae *oxi'*, todos deben llorar; y si cae *kaji'* todos deben saltar. Si cae uno de los lados que están en blanco, entonces todos deben de estar serios y no hacer nada.

Actividad 4: Alimentamos pajarillos.
Conceptos clave: Reconocimiento de cantidades
 Representación simbólica de cantidades
Recursos: Hojas con ilustraciones

Procedimiento:

La maestra o el maestro presenta a las niñas y los niños una ilustración donde hay diez simpáticos pajarillos de distintos tamaños, dispuestos a comer granos. Debajo de cada pajarillo aparecen puntos, en diferentes cantidades, por ejemplo, un punto, dos puntos, tres puntos, cinco puntos. Los pájaros de un mismo tamaño tienen la misma cantidad de puntos, por ejemplo, los grandes tienen todos cinco puntos, los pequeños uno, etc.

- ♦ La maestra o el maestro explica a las niñas y los niños que estos pájaros necesitan comer granos de maíz, la cantidad de granos que cada pajarillo necesita es la cantidad de puntos que aparecen abajo.
- ♦ Invita a las niñas y a los niños a alimentar a los pajarillos.
- ♦ Solicita a las niñas y los niños que coloquen granos de maíz de acuerdo con los puntos que hay debajo de cada pajarito.
- ♦ Puede haber muchas variantes de esta actividad. Se sugiere hacer muchos ejercicios parecidos.

Actividad 5: Pintemos estrellas
Conceptos clave: Clasificación y codificación
Recursos: Hojas con dibujos, crayones

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro entrega a cada niña o niño una hoja con veinte estrellas con carita, algunas caritas son felices otras serias y otras tristes.
- ♦ Les pide a las niñas y los niños que pinten las caritas tristes de color azul, las caritas serias de color verde y las caritas felices con color amarillo.
- ♦ Finalmente, les pide a las niñas y los niños que coloquen un punto de color azul abajo de cada carita triste, un punto de color verde abajo de cada carita seria y un punto de color amarillo abajo de cada carita alegre.



Actividad 6: Contamos de 0 a 20
Concepto clave: Desarrollo del sentido numérico
Recursos: Granos de maíz, cajitas de cartón previamente decoradas

Procedimiento:

- ♦ Se entrega a cada niña y niño, o en grupos pequeños, una caja de cartón con menos de veinte granos adentro.
- ♦ La maestra o el maestro los motiva para que pinten en uno de los lados de la caja tantos puntos como granos contenga.
- ♦ Esta actividad se puede realizar por varios días, cambiando la cantidad de granos que hay en la caja.

Actividad 7: Lotería de números
Concepto: El numeral cinco
Recursos: Hojas divididas en 12 casillas, tarjetas con dibujos de uno a cinco puntos y granos de maíz

Procedimiento:

- ♦ En cada casilla se dibujan puntos de uno a cinco, repetidas veces y en diferente posición.
- ♦ La maestra o el maestro reparte las hojas y un puñado de maíz a las niñas y los niños.
- ♦ Extrae una tarjeta al azar y dice en voz alta el número de puntos.
- ♦ Las niñas y los niños colocarán esa cantidad de granos sobre una casilla que contenga esa cantidad de puntos.
- ♦ Cuando la maestra o el maestro muestra una tarjeta con cinco puntos, las y los niños, en lugar de poner cinco granos, pondrán un palillo.
- ♦ Termina el juego cuando se llenan las hojas.

Variante:

- ♦ Se puede dejar en el tablero unas casillas con el símbolo del cero y la cantidad de puntos puede aumentar hasta diecinueve.
- ♦ Cuando la maestra o el maestro saca una tarjeta en blanco, cero, entonces las niñas y los niños colocarán una semilla de güicoy o una concha de caracol, si se consigue, sobre el elemento cero.

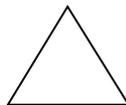
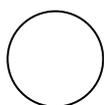
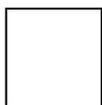
Actividad 8: Clasificamos y ordenamos series
Conceptos clave: Clasificación, seriación, identificación de patrones
Recursos: Hojas de foami, cartulina de colores, plástico u otro material que se consiga en la comunidad, tijeras y pegamento





Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro elabora varias figuras con un material vistoso que tenga a mano.



- ♦ Cada niña o niño tendrá una de cada una de las figuras.
- ♦ La maestra o el maestro elabora, en un pliego de papel, un cartel como éste para que las niñas y los niños peguen sus figuras en el lugar que corresponde.

- ♦ Las niñas y los niños ayudan a decorar el cartel.
- ♦ Finalmente pueden contar el número de filas y de columnas que tiene el cartel.

Actividad 9: Ordenamos objetos

Conceptos clave: Ordinalidad y seriación

Recursos: Objetos de diferentes tamaños (piedras, hojas, palitos, etc.)

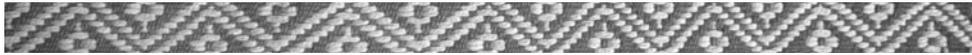
Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro pide a las niñas y los niños que en grupos ordenen por tamaño los objetos que hay adentro de una bolsa.
- ♦ Después de ordenarlos de mayor a menor, les pide que los ordenen de menor a mayor.

Actividad 10: La línea horizontal y la línea vertical

Concepto clave: Adquisición de sentido espacial y propiedades de los cuerpos

Recursos: Frascos, botellas transparentes, un peso, hilos, hojas y lápices



Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro motiva a las niñas y a los niños para que dibujen botellas, se les puede dar moldes para dibujar.
- ♦ La maestra o el maestro echa agua en tres botellas transparentes, sin llenarlas, y las tapa.
- ♦ Pregunta a las niñas y los niños qué creen que pasará con el agua si acuesta las botellas.
- ♦ Pide a las niñas y los niños que dibujen cómo quedaría el agua si se acostara la botella.
- ♦ Cuando ya todas y todos hayan dibujado, la maestra o el maestro acuesta efectivamente las botellas.
- ♦ Orienta a las niñas y los niños para que observen que si la botella está parada, la superficie del agua es una línea horizontal y que si está acostada, también es una línea horizontal.
- ♦ Las niñas y los niños comparan sus dibujos con las botellas acostadas.
- ♦ Para trabajar la línea vertical pueden utilizar un peso atado a un hilo.
- ♦ Finalmente, la maestra o el maestro da hilos de colores a las niñas y los niños para que, según indique, los coloquen en posición vertical u horizontal.

Actividad 11: Un cuento

Concepto clave: Comparación del movimiento

Recursos: Cuento “El cangrejo y el venado”

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro conversa con las niñas y los niños acerca de: ¿Quién es más rápido al correr un conejo o una tortuga? ¿Qué es más rápido un avión o una moto? y otras preguntas que les permita hacer comparaciones entre la rapidez o la lentitud del movimiento.
- ♦ La maestra o el maestro les narra este cuento que le contó su abuelo

El cangrejo y el venado²

“Érase una vez un venado muy presumido y vanidoso que se ufanaba de sus patas grandes y ágiles, saltaba por todos lados exhibiendo su agilidad. Un día, intencionalmente casi arrolla a un cangrejo que caminaba de lado. El cangrejo visiblemente molesto retó al venado a una carrera, el venado se rió del cangrejo y aceptó el reto. Establecieron la línea de partida y la línea de la meta y empezó la carrera. El venado corrió velozmente pero al llegar a la meta vio que el cangrejo estaba ya del otro lado de la línea y que le decía que se apurara porque ya estaba esperándolo.

² Cuento narrado en kaqchikel por Juan Salazar de San Juan Comalapa.





¿Qué creen que sucedió? El astuto cangrejo se había prendido de la cola del venado y al llegar a la meta, sin que éste se diera cuenta, se soltó, salió volando y fue a caer del otro lado.

El venado se encolerizó y saltó sobre el cangrejo pisoteándole justo sobre su caparazón. Desde entonces la huella de la pata del venado quedó impresa en la caparazón del cangrejo, y el cangrejo la luce orgulloso... ¿Merece aplausos el cangrejo?”.

- ♦ La maestra o el maestro conversa con las niñas y los niños acerca del cuento y de la pregunta: ¿Es realmente más veloz el cangrejo que el venado? ¿Por qué ganó el cangrejo la carrera?
- ♦ Es ideal que se cuente con un cangrejo vivo para que las niñas y los niños puedan apreciar al animalito y la huella del venado en su caparazón.

Actividad 12: Armemos rompecabezas
Concepto clave: Relación espacial entre los objetos
Recursos: Recortes de revistas o afiches, tijeras

Procedimiento

- ♦ La maestra o el maestro elabora rompecabezas cuyas piezas tengan formas geométricas (cuadrados, rectángulos, triángulos y círculos) con ilustraciones de revistas.
- ♦ Reparte un rompecabezas a las niñas y los niños organizados en grupos pequeños para que los armen.

Variante:

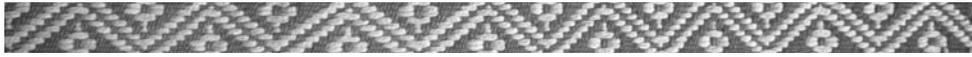
Conceptos claves: negociación para beneficio colectivo.

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro entrega un juego de piezas a grupos de cinco niñas y niños. Pero esta vez, antes de entregarlas, mezclará las piezas de los distintos rompecabezas.
- ♦ Las niñas y los niños en su intento por formar la figura se darán cuenta de que les faltan piezas que están con los otros grupos y les sobran algunas piezas. Se espera que busquen la manera de resolver la situación negociando con los otros grupos para intercambiar piezas.

Otras Actividades Sugeridas

- ♦ Pintar diseños mayas, los diseños pueden tener formas de numerales y otros jeroglíficos. El objetivo no es interpretar símbolos a esta edad, sino familiarizarse



- ♦ con los símbolos numéricos y diseños geométricos mayas.
- ♦ Visitar sitios sagrados.
- ♦ Cantar canciones que impliquen números y cantidades pequeñas.
- ♦ Contar cuentos que impliquen números y cantidades menores de veinte

Socializo y aplico mi aprendizaje

- . Escribo ejemplos de lo que he observado en mis niñas y niños de preprimaria para cada característica de la Etapa Preoperatoria.
- .. Comento con mis compañeros y compañeras:
 - ♦ ¿Coincide la descripción del desarrollo de la inteligencia de Piaget con las niñas y los niños mayas?
 - ♦ ¿Qué valores mayas podemos desarrollar en la clase de matemáticas?
- ... Planifico varias clases de matemática utilizando las actividades sugeridas en esta unidad.





Unidad 4

Nivel de Educación Primaria Primer Ciclo

Lo que deseamos alcanzar

- ❖ Identificar las características del desarrollo de la inteligencia en las niñas y los niños de primero, segundo y tercer grados de la primaria.
- ❖ Enseñar a mis alumnas y alumnos a escribir números mayores de veinte en el sistema de numeración maya.
- ❖ Dominar el proceso de la suma y la resta con numeración maya.
- ❖ Aplicar conocimientos sobre el desarrollo de la inteligencia de las niñas y los niños en la clase de matemática.
- ❖ Seleccionar actividades apropiadas según el grado y el nivel de desarrollo de mis alumnas y alumnos.

¿Qué sabemos del tema?

- ❖ ¿Qué características del desarrollo de la inteligencia tienen las niñas y los niños del Primer Ciclo del Nivel Primario?
- ❖ ¿Podemos escribir el día, mes y año de nuestro nacimiento utilizando numeración maya?
- ❖ ¿Podemos sumar y restar en el sistema Winäq?
- ❖ ¿Cómo enseñamos a leer y escribir números mayores de veinte a nuestras alumnas y nuestros alumnos?



Competencias y contenidos

Competencias	Contenidos
Establece relaciones de ubicación espacial entre elementos de su entorno.	Tamaños, figuras, distancias
Establece relaciones de carácter temporal	Orden cronológico
Aplica el sistema de numeración Winäq en la vida cotidiana.	Sistema de numeración Concepción del cero Probabilidades
Conoce y aplica los números mayas en diferentes sistemas de conteo y conjuntos.	Ordinalidad y representación gráfica de resultados Numeración y oralidad Medidas desde la cotidianidad maya Fechas del calendario
Realiza operaciones básicas con el sistema Winäq y las aplica en la vida cotidiana.	Operaciones básicas (suma y resta)
Aplica conocimientos del sistema de medidas, formas, áreas, perímetros y volumen, desde la perspectiva de la cultura maya.	Figuras geométricas Diseños de tejidos

Ejemplos de indicadores de logro

- ❖ Clasifica objetos de acuerdo con sus propiedades: color, forma, textura.
- ❖ Indica la figura geométrica que completa una serie.
- ❖ Identifica patrones en los tejidos y objetos artesanales.
- ❖ Diferencia entre izquierda y derecha, en su cuerpo y en objetos que tiene enfrente.
- ❖ Relaciona los números mayas con su cuerpo.
- ❖ Lee y escribe numerales mayas hasta la cuarta posición.
- ❖ Utiliza los números ordinales para indicar el orden de objetos o eventos.
- ❖ Suma y resta en el sistema de numeración maya.
- ❖ Resuelve problemas aritméticos empleando procedimientos con numerales mayas.
- ❖ Identifica figuras geométricas en objetos de su entorno.
- ❖ Construye figuras geométricas.



Fundamentos metodológicos

Las niñas y los niños del Nivel Primario, de los seis o siete a los doce años, según la teoría de Piaget, se encuentran en el Estadio de las Operaciones Concretas. En esta etapa su egocentrismo cede y son capaces de escuchar al otro, al trabajar en equipo se vuelven colaboradores, son capaces de escuchar, de discutir y argumentar su punto de vista. Se vuelven menos impulsivos, reflexionan antes de actuar. Adquieren habilidad para el manejo de símbolos y el cálculo. En este periodo construyen el pensamiento lógico, su pensamiento es lógico aunque todavía no manejan ideas abstractas.

Según Piaget, ahora, en el experimento de la conservación de la cantidad en las bolas de plastilina, el pensamiento ya no es irreversible. En esa etapa comprenden que las bolas de plastilina conservan su cantidad aunque se les cambie de forma. De acuerdo con Piaget, hay tres tipos de conservación: de sustancia, peso y volumen.

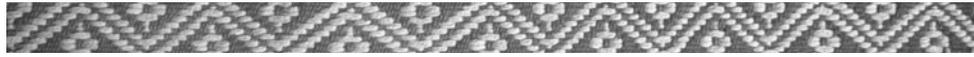
Las niñas y los niños ya han desarrollado un conjunto de reglas con cualidades lógicas profundas. Por ejemplo: Si A es igual a B (en longitud) y B es igual a C; entonces, A y C son iguales. Si A es más grande que B y B es más grande que C; entonces, A es más grande que C.

Pueden razonar acerca de las partes y el todo sin confundirse. Tienen la capacidad para ordenar objetos de acuerdo con un patrón específico, es la etapa apropiada para el aprendizaje de la aritmética.

En todas estas etapas no disminuye su afición al juego, por lo que el proceso de aprendizaje siempre debe asociarse con la actividad lúdica.

Como se ha venido indicando en estos manuales, un nuevo aprendizaje debe sustentarse en los conocimientos previos de las niñas y de los niños. Las y los docentes deben realizar actividades de diagnóstico para determinar si sus estudiantes del primer ciclo (primero, segundo y tercer grado) ya poseen los conocimientos previos necesario para iniciar un nuevo aprendizaje, de no ser así, es necesario que primero adquieran dichos conocimientos. Recuerde que debe trabajar en el idioma materno de las niñas y de los niños.





Estrategias y técnicas

- Actividad 1:** Tamaños, distancias, figuras
Conceptos clave: Grande, mediano y pequeño
Largo y corto
Ancho y angosto
Lleno y vacío
Cerca y lejos
Arriba y abajo
Cuadrado, triángulo, círculo, rectángulo
Recursos: Objetos del entorno y de la Naturaleza

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro invita a las niñas y a los niños a comparar tamaños de seres u objetos similares, por ejemplo árboles, plantas de maíz, animales, etc.
- ♦ Los orienta para que digan cuál es más grande, cuál mediano y cuál pequeño.
- ♦ Las niñas y los niños comparan otros objetos utilizando las expresiones largo y corto; ancho y angosto.
- ♦ Siguiendo las indicaciones de la maestra o del maestro, las niñas y los niños colocan objetos arriba o abajo de una mesa u otro lugar adecuado. Conversan acerca de elementos de la Naturaleza que están arriba y elementos que están abajo.
- ♦ Con la orientación de la maestra o del maestro las niñas y los niños llenan un recipiente para indicar “lleno” y lo vacían, para indicar “vacío”.
- ♦ La maestra o el maestro conversan con las niñas y los niños acerca de las actividades que realizan en casa y los orientan para que las ordenen cronológicamente.

- Actividad 2:** Izquierda y derecha
Conceptos clave: Izquierda y derecha
Recursos: El cuerpo de las niñas y los niños, una cinta de color, objetos

Procedimiento:

- ♦ Las niñas y los niños se amarran una cinta en la muñeca derecha, luego ejecutan las instrucciones que da la maestra o el maestro.

Ejemplo:

- Suban la mano derecha.
- Golpeen el suelo con el pie izquierdo.
- Tóquense el pie derecho con la mano izquierda.

La cinta sirve, en primer grado, como referencia para las niñas y los niños. En los otros dos grados pueden hacer los ejercicios sin la cinta.



- ♦ Las niñas y los niños forman parejas. Uno se coloca frente al otro. Cada pareja levanta simultáneamente el brazo derecho, el izquierdo, la pierna derecha y la izquierda. Deben observar que los conceptos de derecha e izquierda varían según la posición de la persona.
- ♦ Una niña o un niño se colocan al frente de los demás. Sus compañeras o compañeros colocan objetos a la izquierda o derecha de quien está al frente, según lo indique quien dirige al grupo.

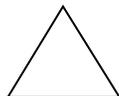
Actividad 3: ¿Qué sigue después?

Concepto clave: Secuencias

Recursos: Pizarrón, figuras geométricas para que las manipulen las y los estudiantes, hojas de papel bond y crayones

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro motiva a las niñas y los niños a observar en la naturaleza los fenómenos que tienen secuencia, por ejemplo después del día viene la noche, luego el día y así sucesivamente; después de la época lluviosa viene la época seca y nuevamente la época lluviosa. Los invita a dar otros ejemplos de secuencias en la Naturaleza o en las actividades que realizan en casa.
- ♦ La maestra o el maestro dibuja en el pizarrón las siguientes secuencias: *cuadrado, triángulo, cuadrado, triángulo...* y *círculo, círculo, cuadrado, cuadrado, círculo, círculo, cuadrado...* Pide a sus estudiantes que digan cuál es la figura que sigue en cada secuencia.



Actividad 4: Diseñamos secuencias

Concepto clave: Secuencias

Recursos: Hojas y crayones

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro invita a sus estudiantes a observar secuencias en los trajes y productos artesanales de la comunidad.
- ♦ Las niñas y los niños inventan una secuencia de rombos de diferentes colores para decorar un güipil.
- ♦ La maestra o el maestro los motivan para que inventen secuencias para decorar telas o productos artesanales de la comunidad.

- Actividad 5:** Juguemos con un dado
- Conceptos clave:** Números de uno a seis
- Recursos:** Un dado grande que servirá de modelo para que las niñas y los niños hagan los suyos. En cada lado del dado debe haber un numeral maya (del uno al seis en total).
Material que permita hacer un cubo (cartulina gruesa, plasticina u otros de la comunidad)

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro muestra el dado a las niñas y los niños y los invita a jugar con él.
- ♦ Motiva a las niñas a hacer su propio dado.
- ♦ Cada niña y niño tira su dado, en una hoja escribe el número, dibuja un conjunto de objetos que corresponda a la cantidad que representa el número y escribe el nombre del mismo.
- ♦ Luego juegan en grupos pequeños.

Variante:

- ♦ Puede utilizarse esta actividad para sumar. Cada niña o niño tira dos dados y dice qué cantidad tienen al sumar los dos números. Dibujan un conjunto de objetos que representen esa cantidad y escriben el numeral maya que la representa.
- ♦ Luego, hacen la misma actividad jugando con tres dados.

- Actividad 6:** Practiquemos los números de 0 a 20
- Conceptos claves:** Relacionar una cantidad de 0 a 20 con el numeral maya que la representa
- Recursos:** Objetos pequeños, una hoja de papel bond, lápices

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro proporciona a las niñas y los niños un grupo de veinte objetos (piedras pequeñas, semillas, hojas, hilos, etc.)
- ♦ La maestra o el maestro pide a las niñas o a los niños que en forma individual cuenten en su idioma los veinte objetos.
- ♦ Luego, les pide que formen conjuntos de objetos de acuerdo con el número que diga.
- ♦ La maestra o el maestro muestra un conjunto de objetos y las niñas y los niños en forma individual, dicen qué cantidad de objetos tiene el conjunto.
- ♦ Las niñas y los niños escriben el número maya que corresponde a la cantidad de objetos de un conjunto.



Variante:

- ♦ Se puede dar a las niñas y los niños una hoja de trabajo en la que tengan que escribir el número de objetos de un conjunto o dibujar un conjunto que tenga la cantidad de objetos representada por un número.
- ♦ Las niñas y los niños escriben el nombre de los números de 0 a 20, en su idioma.

Actividad 7: Los números y nuestro cuerpo

Conceptos clave: La relación entre los numerales mayas y el cuerpo humano

Recursos: El cuerpo de las niñas y de los niños

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro conversa con las niñas y los niños acerca de la relación que existe entre los números y el cuerpo humano: el cero con el ombligo, el punto con la cabeza y la barra con las extremidades del ser humano.
- ♦ Invita a una guía o un guía de la comunidad para que les hable de la numeración maya y del significado de los números en su cultura.

Actividad 8: En el mercado

Conceptos clave: Una mano

Recursos: Hojas, palitos, piedras, semillas

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro motiva a sus alumnos y alumnas a conversar acerca de: ¿Cuántos dedos tiene una mano? ¿Qué productos se compran en el mercado por manos?
- ♦ Las niñas y las niñas agrupan un conjunto de objetos por manos y dicen cuántas manos tienen.
- ♦ Utilizan la barra para indicar el número de manos.

Actividad 9: Usamos los números ordinales

Conceptos clave: Ordinalidad y representación gráfica de resultados

Recursos: Patio de la escuela, cartel con los nombres de las niñas y de los niños

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro organiza una carrera con las niñas y los niños. Marcan el recorrido y la meta.
- ♦ Escriben en un cartel el nombre de las niñas y de los niños, numerados.
- ♦ A la par de cada nombre se escribe el lugar en que llegó cada uno, utilizando los números ordinales, así: quien llegó primero, nab'ey, luego ruka'n, rox, etc.
- ♦ Se sugiere utilizar los números ordinales para ordenar. Los primeros números ordinales son: nab'ey, ruka'n, rox, rukaj, ro', ruwaq', ruwuq, ruwaqxaq, rub'elej, rulaj, etc.

- ♦ La maestra o el maestro debe aprovechar para conversar con las niñas y los niños que en la carrera lo importante no es llegar primero sino que todos logren llegar.

Actividad 10: Números de 20 a 8000

Conceptos clave: Primera, segunda, tercera y cuarta posición de la numeración maya

Recursos: Semillas, hojas y palitos

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro demuestra a las niñas y los niños que en la primera posición de la numeración maya sólo se pueden escribir números de 0 a 19; para escribir el 20 hay que utilizar la segunda posición que representa grupos de 20, así:
El punto representa un grupo de 20 y la barra, cinco grupos de 20. Para escribir el número 20 se coloca un punto en la segunda posición y el cero en la primera porque no hay unidades sueltas.
- ♦ Con la orientación de la o el docente, las niñas y los niños escriben los números de 20 a 39.
- ♦ Luego observan que para el número 40 son dos grupos de 20, entonces tienen que poner dos puntos en la segunda posición y el cero en la primera.
- ♦ Hacen ejercicios utilizando materiales concretos como piedras, hojas o semillas.
- ♦ La maestra o el maestro irá trabajando las diferentes posiciones de acuerdo con el nivel de desarrollo de sus estudiantes.

Actividad 11: Sumemos

Conceptos clave: La suma o adición

Materiales: Una concha o semilla, granos de maíz y palitos
Un tablero con tres o cuatro casillas

Algunas indicaciones con relación a la suma:

- . Se colocan las cantidades en sus respectivas posiciones, en casillas o filas horizontales sobre una superficie plana,
- .. se puede emplear granos de maíz y palillos, de ser posible una concha para representar el cero;
- ... si no se cuenta con estos elementos se puede emplear lápiz y papel;
- las cantidades se colocan una a la par de otra.

La suma consiste en agrupar los numerales¹ de los sumandos de las casillas de la derecha, en la columna de la izquierda, respetando las reglas de escritura.

Al trabajar con granos, palillos y conchas resulta fácil manejarlos de derecha a izquierda. Esta forma de manejar los numerales se hace necesaria para facilitar el procedimiento de las otras operaciones, sin embargo nada impide que la suma se efectúe en cualquier dirección. El signo de la suma, en este caso es una flecha, hacia la izquierda.

¹ Conviene utilizar granos de maíz y palillos para la representación de los puntos y barras y una concha de caracol para representar el cero, para su enseñanza.



Procedimiento:

Primer paso: Escribimos los sumandos.



Segundo paso: Agrupamos los elementos en la columna de la izquierda.



Tercer paso:

Seguimos las reglas de la escritura de numerales mayas y obtenemos el resultado.



Ejemplos de sumas

Suma	Sumandos	
••	•	•
≡̣	=	•̣
••̣	—	••̣



•••	••	•
•̣	•̣	☉
—	•••	••
••̣	•̣	•

Cuando se juntan más de cuatro puntos o más de tres barras en una posición, se sigue las reglas de la escritura de los numerales. Cada cinco puntos se transforman en una barra y cada cuatro barras se convierten en un punto en el nivel inmediato superior.

Actividad 12: Restemos

Conceptos clave: Resta o sustracción

Minuendo, sustraendo, diferencia

Recursos: Una concha o semilla, granos de maíz y palitos

Un tablero con tres o cuatro casillas

Restar significa quitar una cantidad de otra. Es la operación inversa de la adición, el movimiento que se sigue es de izquierda a derecha. Se coloca en la primera columna de dígitos el minuendo, en la segunda columna el sustraendo y a la derecha la diferencia. Como signo para la sustracción se propone la flecha apuntando a la izquierda.² Se empieza de abajo hacia arriba.

Procedimientos

Primer paso: Escribimos las cantidades que corresponden al minuendo y al sustraendo.

² El sustraendo es la cantidad que debemos quitar del minuendo.

Minuendo Sustraendo Diferencia

—	..	
..	.	
≡≡	—	

Segundo paso: Sustraemos del minuendo la cantidad que nos indica el sustraendo.

—
..	.	.
≡≡	—	...

En el siguiente ejemplo podemos ver que en la posición de las unidades no podemos quitar 5 de 1.

..	.	
.	—	

Entonces bajamos un punto del nivel superior que se convierte en cuatro barras.

.	.	⊖
≡≡ =	—	≡≡

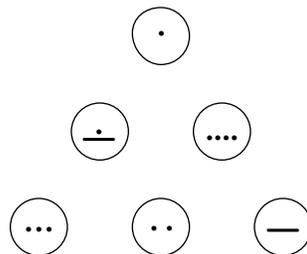
Seguimos las reglas de la escritura y tenemos el resultado.

.	.	⊖
≡≡ =	—	≡≡

Actividad 13: Juegos para realizar operaciones utilizando números mayas
Conceptos clave: Suma
Recursos: Hojas y lápiz

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro orienta a las niñas y los niños para que dibujen en sus cuadernos un triángulo formado por círculos.
- ♦ Les pide que coloquen números de uno al seis en los círculos de tal manera que las sumas de los números de cada lado sean iguales.
- ♦ Se debe dejar que las niñas y los niños descubran los números apropiados, puede haber más de una solución. Esta es una:



Actividad 14: Resolvamos un problema
Conceptos clave: Resolución de problemas
Materiales: Granos de maíz, lápiz papel, pizarra

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro plantea este problema:

Jun Ajpu' es un niño al que le gusta tener monedas, y nunca pierde la ocasión para ganar más. Un día, camino de la escuela, vio en una tienda un lindo lápiz de color brillante. Costaba ocho centavos. Jun Ajpu' compró el lápiz.

Cuando llegó a la escuela se los mostró a sus compañeras y compañeros. Una niña se interesó en el lápiz y lo quiso comprar, entonces Jun Ajpú se lo vendió en nueve centavos. Pero, luego se arrepintió y quiso volver a comprarlo; sin embargo su compañera sólo lo quiso vender en diez centavos. Jun Ajpú pagó.

Al poco rato lo volvió a vender en once centavos. Pero otra vez se arrepintió y lo volvió a comprar en doce centavos. Luego Jun Ajpu' pensó que ya era suficiente de vender y comprar. Así es que lo vendió finalmente en trece centavos.



Pregunta: ¿Cuanto ganó o perdió Jun Ajpu'?

- ♦ Las niñas y los niños, en parejas, buscan una solución al problema. Recrean la situación utilizando granos de maíz como monedas.
- ♦ La maestra o el maestro finalmente presentará su sistema para resolver el caso.
- ♦ Conviene que también reflexionen antes de leer la respuesta que se propone aquí.
- ♦ Resolución: Se supone que Jun Ajpu' dispone de una cantidad cualquiera al empezar, por ejemplo doce centavos. Entonces escribimos el número doce. Cada vez que compra restamos y cada vez que vende sumamos a esa cantidad.
- ♦ La diferencia entre lo que tiene ahora y lo que tenía es lo que ganó.
- ♦ O sea $\underline{\underline{\dots}}$ menos $\underline{\underline{\dots}}$ igual ...

Jun Ajpu' ganó: tres centavos.

Actividad 15: El diseño de los tejidos
Concepto clave: Las figuras geométricas, patrones
Recursos: Tejidos

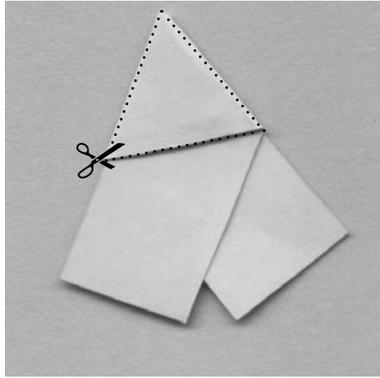
Procedimiento:

- ♦ Las niñas y los niños se organizan en grupos.
- ♦ La maestra o el maestro da a cada grupo un güipil para que observen las figuras del diseño del güipil y sus colores.
- ♦ Cada grupo dibuja el diseño y lo colorea.
- ♦ Cada grupo dice qué elementos geométricos encontró. Si es posible explican el significado de los diseños.

Actividad 16: Construyamos un Oxtz'uk' o triángulo, con papel.
Conceptos clave: Triángulo equilátero
Recursos: Tira, no muy angosta, de papel o de cartulina de colores, lápiz, tijeras y pegamento

Procedimiento:

- ♦ Las niñas y los niños cortan una tira de papel o cartulina de aproximadamente dos centímetros de ancho.
- ♦ Enrollan la cinta como para formar un cono, como aparece en la ilustración.
- ♦ La doblan cuidadosamente y tienen un triángulo equilátero.
- ♦ Cortan las tiras que quedan abajo pues ya no son útiles.



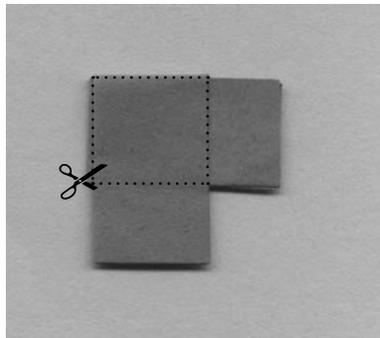
Actividad 17: Construyamos un kajtz'uk o cuadrado, con papel

Conceptos clave: Cuadrado

Recursos: Papel, cartulina de colores, lápiz, tijeras y pegamento

Procedimiento:

1. Las niñas y los niños cortan dos tiras de papel, mejor si es cartulina, con el mismo ancho en toda su longitud.
2. Doblan las tiras y las entrelazan como aparece en la ilustración.
3. Presionan las dobleces, las pegan y cortan los sobrantes.



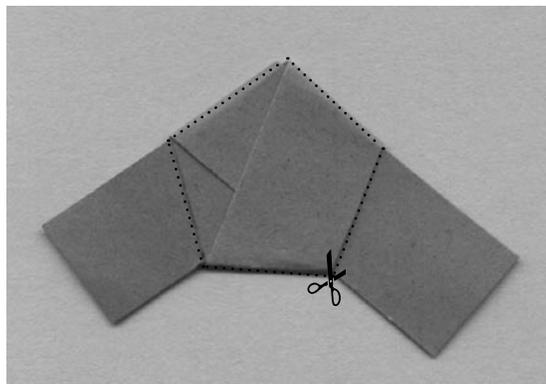
Actividad 18: Construyamos un wotz'uk o pentágono, con papel

Concepto clave: Un pentágono es una figura geométrica de cinco lados

Recursos: Papel, cartulina de colores, lápiz, tijeras y pegamento

Procedimiento:

- ♦ Las niñas y los niños cortan una tira de papel o cartulina de igual ancho en toda su longitud.
- ♦ Forman un nudo y ajustan el papel hasta formar la figura, como aparece en la ilustración.
- ♦ Presionan los dobleces y los pegan.
- ♦ Cortan el papel sobrante.



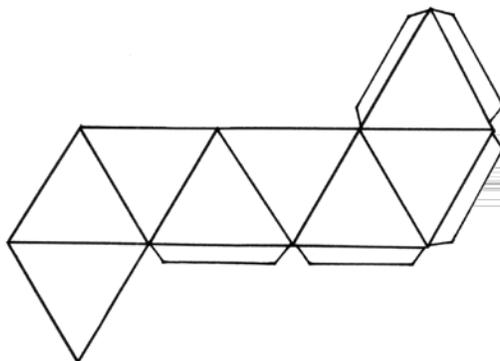
Actividad 19: Construyamos waqxaqwäch u octaedro

Conceptos clave: Polinomios, octaedro

Recursos: Cartulina o papel grueso

Procedimiento:

- ♦ Se construye siguiendo el patrón que aparece en la ilustración, el tamaño de la forma queda a consideración del o la docente que lo puede agrandar a su gusto.
- ♦ Se cuenta el número de caras, vértices y aristas.



Actividad 20: Escribamos las fechas según el calendario Maya

Conceptos clave: El calendario maya, nombre de los días y los meses

Recursos: Lápiz y papel

Procedimientos:

- ♦ Las niñas y niños, con la orientación de la maestra o del maestro, escriben la fecha correspondiente a cada día, utilizando las unidades y sus representaciones.
- ♦ También escriben la fecha de su nacimiento y la fecha del nacimiento de sus padres con el calendario de la cuenta larga.
- ♦ Se explica a las niñas y los niños que al día del Cholq'ij de la fecha de su nacimiento corresponde un nawal, que tiene influencia en las características de su personalidad y su vocación o misión.



Actividad 21: Resolución de un caso (probabilidades)

Conceptos clave: Probabilidad

Recursos: Una moneda de un quetzal para cada grupo de niñas y niños

- ♦ La maestra o el maestro narra la siguiente situación:

José, Carlos y Maya encontraron en la calle una moneda de un quetzal. Empezaron a discutir sobre quién se quedaba con la moneda. José que es el mayor de los tres, dijo: “Vamos a lanzar la moneda dos veces seguidas, si en las dos veces la moneda cae cara, Carlos se queda con la moneda; si cae dos veces escudo, Maya se queda con la moneda; y si una vez cae cara y la otra cae escudo, yo me quedo con la moneda.” Carlos estuvo de acuerdo pero Maya dijo que no era una apuesta justa, de acuerdo con sus conocimientos sobre cálculos de probabilidad.

- ♦ Las niñas y los niños, en grupos, proponen diferentes formas de resolver el problema. ¿Qué probabilidades hay de que la moneda caiga como lo indica José?
- ♦ La maestra o el maestro explica qué significa “probabilidad” y cómo pueden resolver un problema como este.

Socializo y aplico mi aprendizaje

- En grupos clasificamos las estrategias y técnicas sugeridas, según el nivel de las niñas y los niños de cada grado del Primer Ciclo del Nivel de Educación Primaria.

Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
Sumas y restas con números de 0 a 20	Sumas y restas con números de 0 a 400	Sumas y restas con números de 0 a 8000

- Selecciono las estrategias y técnicas adecuadas para el grado en que estoy trabajando y las ordeno de acuerdo con mi programa.
- Investigo en la comunidad las diferentes formas de utilizar la matemática. Agrego otras actividades a las sugeridas en esta unidad. Comparto mis resultados con mis compañeras y compañeros de escuela.





Unidad 5

Nivel de Educación Primaria Segundo Ciclo

Lo que deseamos alcanzar

- ❖ Seleccionar actividades apropiadas para trabajar con nuestras alumnas y alumnos según su nivel de desarrollo.
- ❖ Dominar la multiplicación y la división en el sistema de numeración maya.
- ❖ Aplicar en el aula actividades relacionadas con la geometría.
- ❖ Profundizar en el conocimiento de los calendarios Cholq'ij y A'b

¿Qué sabemos del tema?

- ❖ ¿Qué conocimientos tienen las niñas y los niños al pasar al Segundo Ciclo del Nivel Primario?
- ❖ ¿Cómo se multiplica y se divide utilizando el sistema de numeración maya?
- ❖ ¿Qué figuras geométricas pueden elaborar las niñas y los niños en clase?
- ❖ ¿Qué usos tienen la geometría en mi comunidad?
- ❖ ¿Cómo podemos apoyar el conocimiento del calendario maya de nuestras alumnas y alumnos?

Competencias y contenidos

Competencias	Contenidos
Internaliza la filosofía de la matemática maya y aplica el sistema de numeración Winäq en la vida cotidiana.	El sistema de numeración maya El cero Potenciación
Conoce y aplica los números mayas en diferentes sistemas de conteo y conjuntos.	Los números Numerales con cuerpo entero Numeración y oralidad Fechas del calendario
Realiza operaciones básicas con el sistema Winäq y las aplica en la vida cotidiana.	Operaciones básicas: multiplicación y división
Aplica conocimientos del sistema de medidas, formas, áreas, perímetros y volumen, desde la perspectiva de la cultura maya.	Figuras geométricas Medidas desde la cotidianidad maya Diseños desde el tejido, escultura y arquitectura

Ejemplos de Indicadores de Logro

- ❖ Utiliza los numerales mayas hasta 160,000 para contar, ordenar, identificar y clasificar.
- ❖ Realiza operaciones de potenciación y radicación en el conjunto de números naturales.
- ❖ Resuelve problemas aritméticos empleando procedimientos con numerales mayas.
- ❖ Divide y multiplica en el sistema de numeración vigesimal.
- ❖ Identifica y construye figuras geométricas.
- ❖ Utiliza cálculos de probabilidades para tomar decisiones en situaciones de su vida diaria.
- ❖ Reconoce y respeta el sistema empleado por sacerdotes mayas para predecir eventos basándose en combinaciones de días y números.
- ❖ Aplica estrategias de ensayo y error, modelaje, diagramación, elaboración de tablas, consideración de posibilidades, simplificación y la dramatización en la resolución de problemas que requieran de suma, resta, multiplicación o división.
- ❖ Describe las características del calendario maya agrícola y religioso.
- ❖ Diferencia la estructura de los meses y años del calendario Maya y gregoriano.
- ❖ Diferencia entre las medidas de tiempo utilizados por los mayas, *Tun* y *Katun*.

Fundamentos metodológicos

Las alumnas y los alumnos del Segundo Ciclo del Nivel Primario (cuarto, quinto y sexto grados) tienen las características del desarrollo de la inteligencia descritos en la unidad anterior. En este caso la maestra y el maestro deben aplicar una evaluación diagnóstica en cada grado para evaluar el nivel de desarrollo de las alumnas y los alumnos antes de hacer su planificación anual. Todas las actividades que se sugieren deben ser trabajadas de forma integral y siguiendo los pasos de la metodología maya descrita en la primera unidad de este manual.

Estrategias y técnicas

Actividad 1: Las base del sistema de numeración maya.

Conceptos claves: Potenciación, sistemas de numeración.

Recursos: Una hoja de papel bond, lápiz

Procedimiento:

- ♦ Las niñas y los niños, dirigidos por la o el docente, doblan, exactamente por la mitad, una hoja de papel bond.
- ♦ La maestra o el maestro, por medio de preguntas, los lleva a observar que al doblar la hoja por la mitad se forman dos partes iguales.
- ♦ Las y los estudiantes hacen un segundo doblar, siempre por la mitad. Observan que ahora la hoja está dividida en cuatro partes iguales.
- ♦ Doblan la hoja una tercera vez. La maestra o el maestro pregunta. ¿En cuántas partes iguales está dividida la hoja?
- ♦ La doblan por cuarta vez y cuentan que ahora hay 16 partes iguales.
- ♦ La maestra o el maestro orienta a las y los estudiantes para que infieran la relación entre el número de veces que doblaron el papel y el número de partes que resultaron.
- ♦ Forman grupos y se les pide que calculen, cuántas partes obtendrán si la doblan 8 veces, 13, 15, etc...
- ♦ Al final se llega a la conclusión de que por cada doblar se duplica la cantidad de partes. Si queremos expresarlo como potencias de 2, lo tendríamos así 2^n en donde n es la cantidad de veces que se dobla la hoja.

Potencia: $2^n = 2 \times 2 \times 2 \dots \dots n$ veces

Ejemplo: $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ En este caso 2 es la base de la potencia y 3 es el exponente. La hoja se dobló por la mitad, tres veces.

- ♦ La maestra o el maestro pide a las alumnas y a los alumnos que calculen cuántas partes obtendrán si doblan la hoja 20 veces.



Definición de Potencia.

X^n en donde X es la base y n el exponente, X puede ser cualquier número natural y n cualquier número entero.

Ejemplos de Potencias:

$$3^2 \quad 5^4 \quad 7^5 \quad 3^9$$

Actividad 2: Construcción de tablas de potencias

Conceptos clave: Valor de las diferentes posiciones de la numeración maya

Recursos: Lápices, calculadora, hojas.

Procedimiento:

- ♦ Las y los estudiantes construyen una tabla con potencias de base veinte. Pueden usar calculadora para hacer los cálculos.

20^6	20^5	20^4	20^3	20^2	20^1	20^0
64000000	3200000	160000	8000	400	20	1

- ♦ Con la orientación de la maestra o el maestro establecen que los valores que encontraron son los que corresponden a las posiciones de la numeración maya.
- ♦ Las potencias pueden ir hasta el infinito, pero con 6 es suficiente para representar las cantidades que queremos.

Actividad 3: Juego sugerido para construir una tabla con potencias de veinte

Conceptos clave: Sistema de numeración de base veinte

Recursos: Hojas de papel bond

Procedimiento:

- ♦ Las alumnas y los alumnos doblan seis veces consecutivas una hoja por la mitad.
- ♦ Escriben en una tabla como la siguiente el número de veces que doblaron la hoja y el número de partes o caras que obtuvieron.

Así:

Dobleces	Caras
No hay dobleces	1 parte
1 dobles	2
2 dobleces	4
3 dobleces	8
4 dobleces	16
5 dobleces	32
6 dobleces	64





- ♦ Al número de partes que obtuvieron en cada doblez, le agregan una cantidad de ceros que corresponda al número del doblez.
- ♦ Así:
 - 1 (Una parte, no hay dobleces)
 - 20 (Dos partes, un doblez)
 - 400 (Cuatro partes, dos dobleces)
 - 8000
 - 160000
 - 3200000
 - 64000000
- ♦ Este juego puede servir como un recurso para construir potencias de veinte hasta el exponente que se desee, sin necesidad de calculadora.

Actividad 4: ¿Cuántos dedos hay aquí?

Conceptos clave: Múltiplos o submúltiplos de veinte

Recursos: El cuerpo de las niñas y de los niños

Procedimiento:

- ♦ Las niñas y los niños hacen un círculo en el patio de la escuela.
- ♦ La maestra o el maestro les pide a dos niñas o niños que pasen al centro del círculo.
- ♦ Las y los demás responden a preguntas como: ¿Cuántos dedos de las manos y los pies tenemos en el círculo?
- ♦ La maestra o el maestro invita a más niñas y niños para que pasen al centro. Y entre todas y todos calculan el número de dedos que hay en el centro.
- ♦ Después se pone una variante, y se pregunta ¿Cuántos dedos de manos tenemos en el centro?

Variantes:

Pueden hacerse otros cálculos con grupos de dos, de cuatro, de cinco, de diez y de veinte porque son submúltiplos de veinte.

Actividad 5: Numerales con cuerpo entero

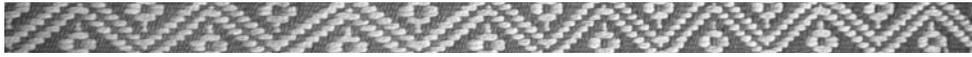
Conceptos clave: Numerales en las estelas

Recursos: Ilustración de los numerales de cuerpo entero

Estos numerales se reconocen porque la persona con cuerpo entero que los caracteriza lleva el numeral en alguna parte de su cuerpo.

En la siguiente ilustración podemos apreciar el registro de una fecha.

Los personajes que representan números están en la parte izquierda, en este caso están combinados con unidades de tiempo del Choltun.



Los numerales son: 9, 16, 15, 0, 0, 7 (de arriba hacia abajo).
 (La fecha es 9 B'aqtun, 16 K'atun, 15 Tun, 0 Winal, 0 K'in, 7 Ajpu')

Glifo introductorio



Procedimiento:

- ♦ Las niñas y los niños reciben una ilustración con numerales como el que se ilustra anteriormente.
- ♦ La maestra o el maestro los orienta para que identifiquen dónde están los numerales.
- ♦ Las niñas y los niños pintan de un color el personaje que representa el numeral.

La maestra o el maestro pueden conseguir dibujos de estelas con fechas en que aparezcan numerales con cuerpo entero.

Actividad 6: Investiguemos

Conceptos clave: Numerales de cuerpo entero

Recursos: Libros de la biblioteca de la escuela o de la comunidad

- ♦ La maestra o el maestro conversa con las niñas y los niños acerca de lo que es una investigación y les da ejemplos de algunas de las formas en que la investigación ha permitido conocer la vida y la cultura de los mayas.
- ♦ Motiva a las niñas y a los niños a buscar ejemplos de numerales de cuerpo entero en los libros que tengan a su disposición. (Lo ideal es tener toda la colección de los numerales de cuerpo entero desde el 0 hasta 19)
- ♦ Las niñas y los niños copian los numerales y los pintan.
- ♦ Exponen sus dibujos en el salón de clases.



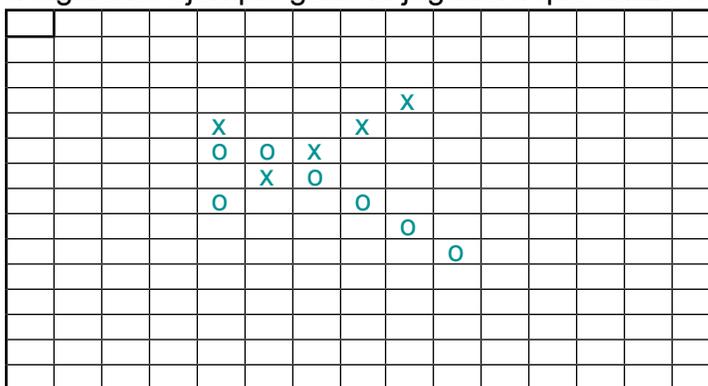

Actividad 7: Juego wo'o'¹
Conceptos clave: Pensamiento lógico

Recursos: Tablero de 20x20 casillas o un cuaderno de cuadrícula, granos de maíz y de frijol (si no se tienen granos, el juego se puede hacer marcando ceros y cruces)

Procedimiento:

- ♦ Pueden jugar dos jugadoras o jugadores, con turnos alternos.
- ♦ Cada jugador se proveerá de granos, un jugador tendrá granos de maíz y el otro tendrá granos de frijol.
- ♦ El primer jugador pondrá un grano de maíz en cualquier casilla del tablero, el siguiente pondrá un grano de frijol, así sucesivamente.
- ♦ El propósito es conseguir poner cinco granos de la misma clase en una hilera, horizontal, diagonal o vertical. Cada jugador buscará formar una hilera de cinco, al mismo tiempo que tratará de evitar que el otro forme la hilera.
- ♦ Una vez que un grano esté sobre el tablero, no se puede mover.
- ♦ Gana la persona que primero logre formar la línea de cinco granos.

En el siguiente ejemplo ganó la jugadora que utilizó ceros.



Tablero del juego Wo'o'

Actividad 8: Investiguemos

Conceptos clave: Partículas numéricas y geométricas en los idiomas mayas

Recursos: Lápiz, papel y miembros de la comunidad

- ♦ La maestra o el maestro orienta a las y los alumnos con relación a la forma de realizar entrevistas.
- ♦ Invita a las niñas y los niños a utilizar la técnica de entrevistas para hacer una investigación en la comunidad.
- ♦ Con la orientación de la maestra o el maestro, las niñas y los niños elaboran, por grupos, de cinco a diez preguntas que pueden hacer a las personas de la comunidad para averiguar qué palabras o partículas indican cantidades o formas geométricas. Por ejemplo, las medidas que utilizan para vender o

¹ Este juego tiene semejanza con un juego japonés que se llama "go" o "go-moku" (cinco piedras), curiosamente en japonés "go" significa cinco, en maya wo'o' significa cinco.



comprar, las figuras que usan en las artesanías, etc.

- ♦ La maestra o el maestro muestra a las niñas y a los niños cómo se consolidan las respuestas de las entrevistas para obtener la información deseada.
- ♦ Las niñas y los niños comentan los resultados de las entrevistas y con la orientación de la o el docente, sacan conclusiones.

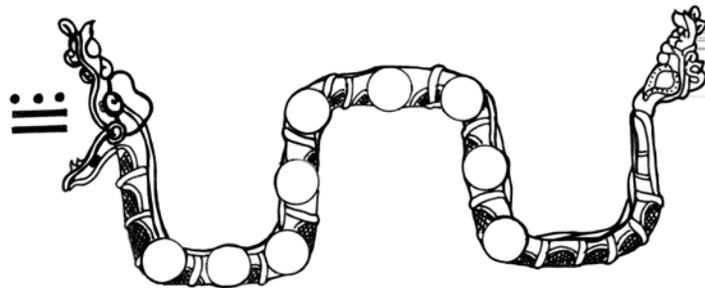
Actividad 9: Serpientes Numéricas:²

Conceptos clave: Suma con números mayas.

Recursos: Hojas, papel, lápices, fichas con numerales mayas de 1 a 9
Las fichas se pueden hacer con monedas de un centavo a las que se les pega papel de cualquier color, se escribe en ellas los numerales mayas de 1 a 9.

Procedimiento:

- ♦ Las niñas y los niños dibujan en una hoja una serpiente como ésta.³
- ♦ A continuación colocan las fichas en los círculos que tiene la serpiente de tal forma que cada hilera, horizontal o vertical de números, sume ≡



Actividad 10: La multiplicación

Conceptos clave: Factores, producto

Recursos: Tablero que puede trazarse con lápiz sobre papel. Se dispondrá de la forma siguiente:

↑	Producto	Matriz del tablero	Primer factor
			Segundo factor

El signo que se propone es una flecha hacia arriba.

Será necesario memorizar una tabla de multiplicación que será de mucha utilidad para evitar acumular excesivas barras en alguna posición.

² Se recomienda buscar la aplicación de las operaciones en situaciones del entorno, estos casos son curiosidades.

³ Adaptaciones de diseños mayas de J.P.M.



Tablas de multiplicación:

Son seis, se deben memorizar.

	Producto	Multiplicando
↑	$\begin{array}{ c c c } \hline \cdot & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$
↑	$\begin{array}{ c c c } \hline \cdot & & \\ \hline \ominus & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$
↑	$\begin{array}{ c c c } \hline \cdot\cdot & & \\ \hline \equiv & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$
↑	$\begin{array}{ c c c } \hline \cdot\cdot & & \\ \hline \ominus & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$
↑	$\begin{array}{ c c c } \hline \cdot\cdot\cdot & & \\ \hline \equiv & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$
↑	$\begin{array}{ c c c } \hline \cdot\cdot\cdot & & \\ \hline \ominus & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline & & \\ \hline \hline & & \\ \hline \end{array}$

Multiplicaciones por múltiplos de veinte

Multiplicar cualquier número por un múltiplo de veinte es muy sencillo. Si escribimos un número cualquiera y luego lo subimos a una posición inmediata superior esta cantidad quedará multiplicada automáticamente por veinte, por cuatrocientos o por ocho mil, dependiendo de las posiciones que se escalen.

Una forma más sencilla de seguir el procedimiento es contar los ceros que pueda tener la potencia de base veinte. Se escribe la misma cantidad de ceros en el producto y a continuación se escribe el número correspondiente.



Ej.1: (25x20=500)

	Producto		Multiplicando
↑			
			.
			—
			.
			☉
↑			
	.		
	—		.
	☉		—
			.
		☉	

En cualquier multiplicación siempre que encontremos ceros significativos en el multiplicador debemos copiar esa cantidad de ceros en el producto antes de multiplicar las otras cifras.

Otro ejemplo:

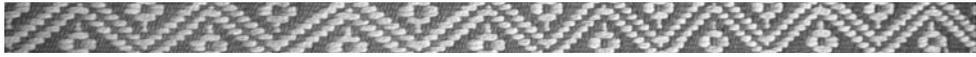
↑			
			☉
			☉
			☉
			☉

En el sistema decimal representa $59 \times 400 = 23,600$

↑	☉		
	☉		☉
	☉		☉
			☉
			☉

Cuando el factor no es exactamente una potencia de base veinte, pero sí un múltiplo de veinte; se sigue el siguiente procedimiento: se cuentan los ceros que tiene el número que es múltiplo de veinte y se copia en el producto a continuación se escribe el producto de las cifras significativas de los factores, utilizando el procedimiento general de la multiplicación.





Tercer paso:

Multiplicamos cada elemento del multiplicador por el multiplicando.

Los puntos indican las veces que debemos copiar el multiplicando, la barra indica que debemos multiplicar por cinco todos los elementos del multiplicador, la multiplicación por cinco aparece en la tabla anterior.



	.				
	.	.	.		
	—	.
	—	·	.
	☉	—	—
	☉	☉	☉	—	—
	.				.
	☉
	☉	☉	☉	—	—

Cuarto paso:

Sumamos los productos parciales y escribimos en la columna de la izquierda, teniendo cuidado de seguir las reglas de la escritura de los numerales mayas.



.	.				
...	.	.	.		
·	—	.
·	—	·	.
·	☉	—	—
—	☉	☉	☉	—	—
	.				.
	☉
	☉	☉	☉	—	—

Actividad 11: Calculemos cuántos pétalos hay en un conjunto de flores

Conceptos clave: Multiplicación, valores relativo y absoluto

Recursos: Flores (margaritas, dalias), cartel, lápices y papel

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro proporciona a las niñas y los niños, organizados en grupos, tres flores.
- ♦ Las niñas y los niños quitan algunos pétalos para que todas las flores tengan la misma cantidad, por ejemplo 6 pétalos cada flor.
- ♦ Se le pide a las niñas y los niños que lo representen como deseen, con lápiz y papel, y se les pide que encuentren el número de pétalos que hay en total, entre las tres flores.
- ♦ Se les da un tiempo prudencial para que lo resuelvan solos.
- ♦ Al final, cada grupo dice su resultado y qué procedimiento utilizó para obtenerlo.
- ♦ Luego, la maestra o el maestro explica su propio sistema:



- Coloca un cartel en la pizarra con los dibujos de las flores y sus respectivos pétalos.
- Pregunta: ¿Cuántas flores tenemos?
- Oxi'. (Kaqchikel)
- Escribe tres puntos separados en la pizarra: . . .
- Se pregunta cuantos pétalos tienen cada flor.
- Waqi` (seis).

Entonces coloca sobre cada punto, el número de pétalos, así:

. . .

- Ordenemos en un diagrama.

<p> Juntemos los números de pétalos. (agrupar elementos) Esta es la respuesta </p>		Pétalos
	. . .	flores

Recomendaciones:

- ♦ Recuerde que debe trabajar en el idioma materno de las niñas y de los niños.
- ♦ Conviene realizar algunos ejercicios parecidos con números pequeños.
- ♦ Cuando en el resultado se juntan más de tres barras y cuatro puntos; se deben seguir las reglas de la escritura de los numerales mayas. Cuatro barras se convierten en un punto en la posición superior, y cinco puntos se convierten en una barra en la misma posición.
- ♦ Una vez que se domine el concepto y la mecánica del procedimiento se afinará la notación y se planteará otro grado de dificultad.



- ♦ Los elementos del multiplicador nos indican las veces que tenemos que copiar el multiplicando en la matriz.
- ♦ En el producto se escribe la sumatoria de los números en la matriz.
- ♦ El procedimiento es muy sencillo, lo interesante es que es válido para números mucho más grandes.
- ♦ Al multiplicar se debe decir 2 veces 5 es igual a 10. Es más fácil, que decir 5 veces 2 es igual a 10. Es lo mismo, solamente que es más fácil decir primero la cantidad pequeña.
- ♦ En la notación maya los números para multiplicar se pueden descomponer en los elementos que los forman, en un mismo nivel, sin cambiar de valor. Esta es una propiedad especial de los numerales mayas. A esta propiedad le podemos llamar propiedad de extensión. Por ejemplo, el número 7 no se puede descomponer en otros números, en tanto que el numeral 7 se puede descomponer en 5 1 1
- ♦ Debido a esta propiedad no es necesario memorizar la tabla de multiplicación de los números, en este caso de uno a veinte. Sino solamente los que presentamos anteriormente.

Actividad 12: La división

Conceptos clave: Dividir, dividendo, divisor, cociente

Recursos: Para la división se traza un tablero similar al de la multiplicación (la flecha indica la operación: división). Los elementos de la división se dispondrán en el tablero de esta forma:

↓	Dividendo		Divisor
	Cociente		

El sistema que utilizamos facilita la expresión de fracciones vigesimales cuando la división no es exacta.

División entre potencias de base veinte

Para dividir una cantidad cualquiera entre una potencia de base veinte, contamos los ceros de la potencia de base veinte del divisor y bajamos el dividendo a los niveles inferiores, hasta la posición indicada.



Ejemplo 1.

El número **kak'al** dividido entre **juk'al**: (40/20 en Kaqchikel)

La respuesta es **ka'i'**. (2 en Kaqchikel)

Dividendo		Divisor
..		.
..		

Cociente

Como podemos observar, bajamos la cifra significativa un nivel en el orden inferior y queda dividido entre 20, si bajamos dos niveles entonces queda dividido entre 400, si bajamos tres niveles queda dividido entre 8000 y así sucesivamente.

Ejemplo 2: Vamos a dividir el número 51,300 entre 20.

La respuesta es 2,565. Expresado en numerales mayas.

	Dividendo		Divisor
20^3	⋮		
20^2	⋮		
20^1	—		.
20^0			
20^3			
20^2	.		
20^1	⋮		
20^0	—		
20^{-1}			

Cociente

- Al dividir el dividendo entre veinte únicamente bajó un nivel en su posición.
- Dos líneas indican la separación entre enteros y fracciones vigesimales.
- El cero nos indica que no hay valores en las fracciones vigesimales.

Ejemplo 3:

El mismo número 51,300 dividido entre 400.

La respuesta es 128.25 expresados en numerales mayas.

	Dividendo		Divisor
	20^3	⋮	
	20^2	⋮	.
	20^1	—	⊖
	20^0	⊖	⊖
↓	20^3		
	20^2		
	20^1	⋮	
	20^0	⋮	
	20^{-1}	—	
	20^{-2}	⊖	
	Cociente		

En este caso, al bajar las cantidades significativas a los niveles inferiores, nos queda cinco en la posición de vigesimales, significa que el cociente tiene una parte entera y una parte fraccionaria vigesimal. El cero indica que no hay valores en el nivel de las cuatro centésimas, en la práctica no es necesario escribir los ceros debajo de las cifras significativas de las fracciones vigesimales.

Ejemplo 4:

Dividimos el número 59,778 entre 8,000.

La respuesta es 7.47225.

	Dividendo		Divisor
	⋮		.
	⋮		⊖
	⋮		⊖
	⋮		⊖
↓	⋮		
	⋮		
	⋮		
	⋮		
	⋮		
	Cociente		

El procedimiento general es parecido al procedimiento que se utiliza para dividir números de base diez. Difiere en la estructura y las propiedades de los numerales mayas. Los pasos:

- . Disponer los numerales en el tablero
- .. Buscar un multiplicador para el divisor que dé un número igual o aproximado al dividendo.



Tercer paso:

Restamos el producto hallado en el paso dos del dividendo y escribimos el residuo en este caso está resaltado.



...
	..		

Cuarto paso:

Ahora tomamos el residuo y lo volvemos a dividir entre el divisor.

Buscamos un número que al multiplicar por el divisor nos dé el residuo, en este caso es sencillo porque nos damos cuenta de que el residuo y el divisor son iguales, entonces el número debe ser uno. Multiplicamos uno por el divisor y tenemos.



...
	..	.		

Quinto paso:

Restamos el nuevo producto del residuo anterior y tenemos residuo cero. Si ya no tenemos residuo, entonces el procedimiento termina aquí. Únicamente debemos juntar los factores elegidos y colocarlos en el lugar del cociente (Sumarlos). El cociente final es 3.



	Dividendo		Divisor	

...
...	..	.		

Cociente





Consejos útiles:

Cuando se trata de buscar el factor para igualar con el dividendo; conviene utilizar el cinco o la unidad, en caso de que el producto resulte muy pequeño, se puede duplicar o triplicar dependiendo del caso.

Ejemplo 2:

Dividimos el número wolajk'al entre el número kab'lajuj.

(300/12)

Primer paso:

Escribimos los numerales y buscamos un factor que al multiplicar por el divisor nos de un número igual o aproximado al dividendo, elegimos veinte y hallamos el producto; ya sabemos que para multiplicar por veinte solamente tenemos que subir la cantidad al nivel superior inmediato.

Segundo paso: Restamos el producto del dividendo y escribimos el residuo en rojo.

Dividendo		Divisor
≡	≡ ...	
⊖	⊖ ⊖	≡
	.	
	⊖	

Cociente

Tercer paso:

Ahora debemos hallar un factor que al multiplicar por el divisor sea igual o aproximado al residuo. Elegimos el cinco y hallamos el producto. Se debe multiplicar siguiendo el procedimiento formal, en este ejemplo obviamos los pasos de la multiplicación para no perdernos en detalles.

Dividendo		Divisor
≡	≡	
⊖	⊖ ⊖ ⊖	≡
	.	
	⊖ —	

Cociente


Cuarto paso:

Restamos el producto hallado del residuo y nos damos cuenta de que el residuo ahora es cero. Agrupamos (sumamos) los factores y escribimos el resultado en el lugar del cociente:

Dividendo		Divisor
≡	≡	
⊖	⊖ ⊖ ⊖ ⊖	≡
.	.	
—	⊖ —	

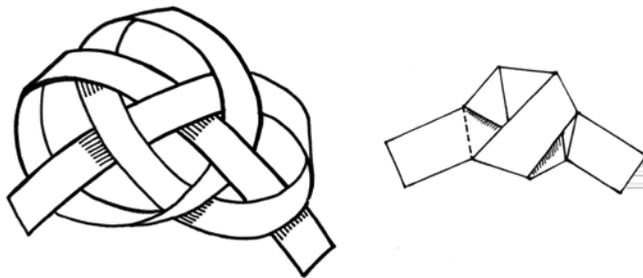
Actividad 14: Construyamos un wuqtz'uk = heptágono

Conceptos clave: Es una figura geométrica que tiene siete lados

Recursos: Una cinta larga de papel, de igual ancho en toda su longitud

Procedimiento:

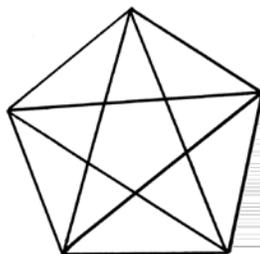
- ♦ Las niñas y los niños forman un nudo como el que aparece en la ilustración.
- ♦ Jalen los extremos cuidadosamente, hasta formar la figura.
- ♦ Pegan los dobleces y cortan el papel sobrante.



Actividad 15: Encontramos figuras geométricas.

Conceptos clave: Figuras geométricas

Recursos: Cartel con la siguiente figura



**Procedimiento:**

- ♦ La maestra o el maestro muestra a las alumnas y los alumnos la figura.
- ♦ Las niñas y los niños deben dibujar una figura igual en sus cuadernos.
- ♦ La maestra o el maestro los motiva a contar cuántos triángulos hay en total en la figura, los triángulos pueden ser de distintos lados.
- ♦ Las niñas y los niños comparten sus respuestas (la respuesta es 35 triángulos).
- ♦ Conversan acerca del procedimiento que cada uno empleó para encontrar la respuesta.

Actividad 16: Construyamos un Hexaflexagón.

Conceptos clave: Un Hexaflexagón es una construcción con dobleces de papel que puede cambiar de forma cuando es doblada. Existen varios tipos, vamos a construir un modelo. Esta figura se construye con 19 triángulos equiláteros.

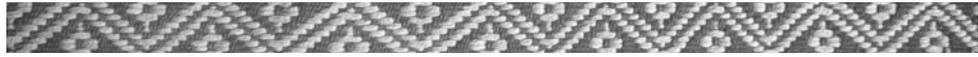
Recursos: Papel

Procedimiento:

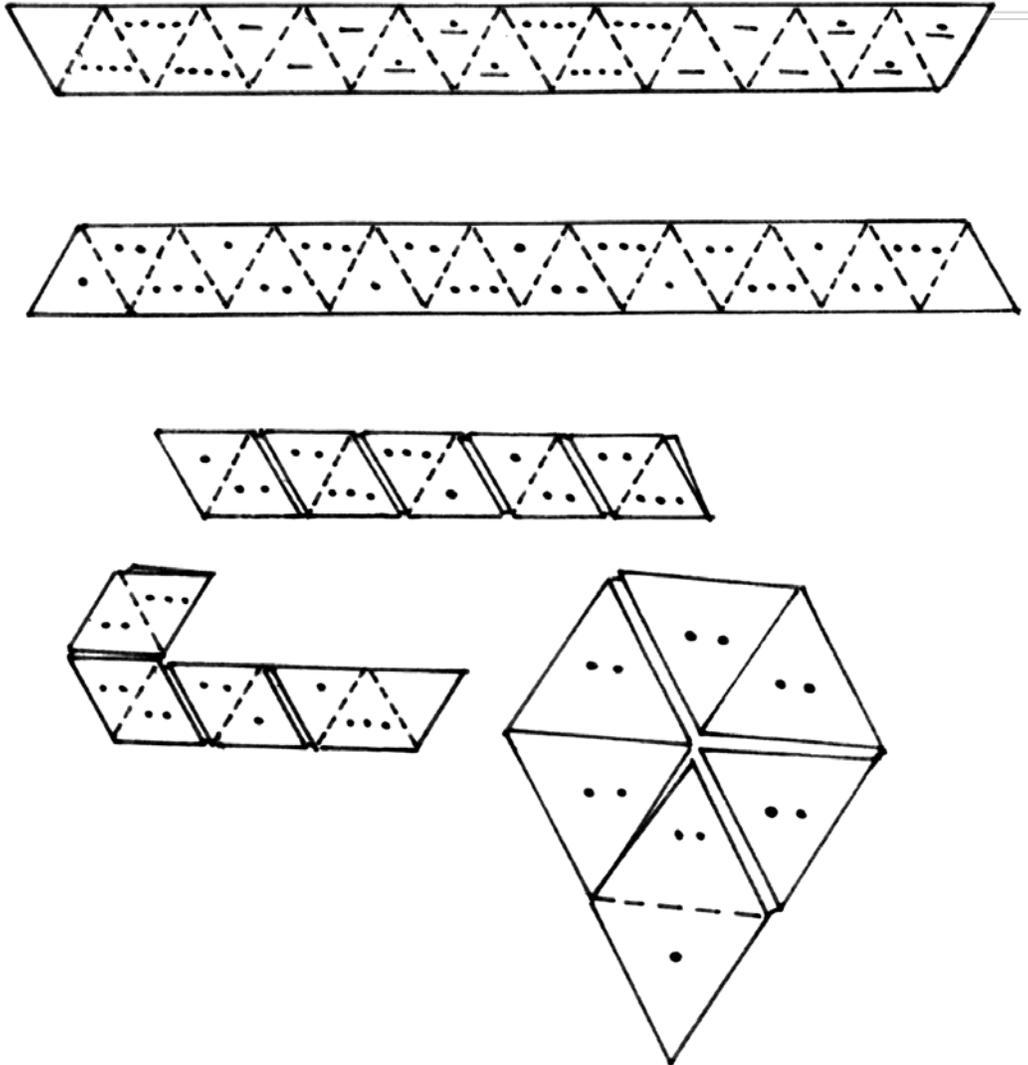
- ♦ Las niñas y los niños numeran los triángulos de 1 a 3, como aparece en la ilustración.
- ♦ El último triángulo se deja en blanco.
- ♦ Por el otro lado de la cinta, escriben los números cuatros, cinco y seis como aparece en la ilustración.
- ♦ Doblan la cinta con sus caras que se correspondan, o sea 4 con 4, 5 sobre 5, 6 sobre 6.
- ♦ Hacen dos dobleces más, como aparece en la ilustración y pegan el triángulo en blanco con el triángulo en blanco del otro lado de la cinta.
- ♦ Todos los triángulos de un lado muestran un número uno y todos los triángulos del otro lado muestran un número dos.

Ahora ya tienen el modelo que puede mostrar 6 caras diferentes al doblarlas.





Actividad 17: Construyamos cinco poliedros.



Conceptos clave: Poliedros

Recursos: Papel o cartulina y patrón para cada figura.

Procedimiento:

- ♦ Las niñas y los niños calcan el modelo sobre hojas de papel bond o cartulina.
- ♦ Se doblan siguiendo las líneas correspondientes y se pegan las pestañas con pegamento.
- ♦ Las niñas y los niños manipulan las figuras formadas y comentan cuántos lados, aristas y vértices tienen las figuras. Pueden utilizar la siguiente fórmula.

C = Caras

V= Vértices

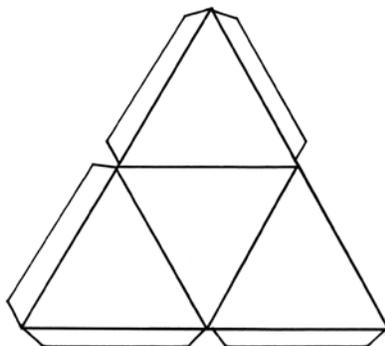
A= Aristas

$$C+V= A+2$$

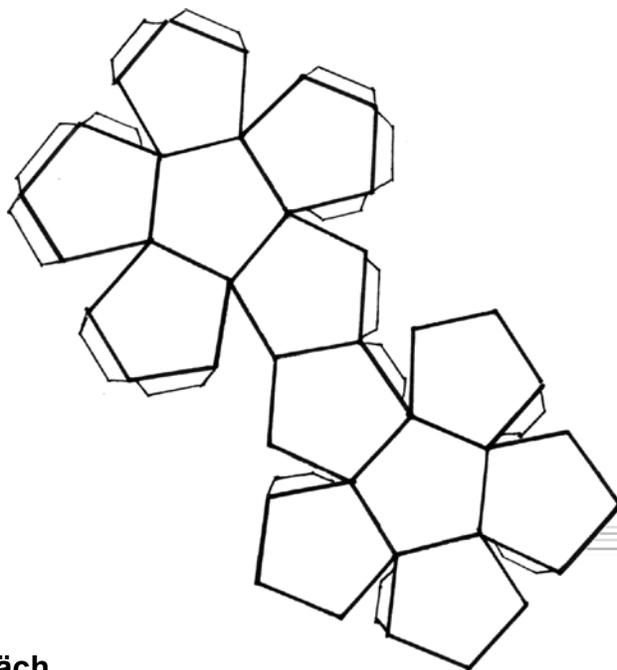
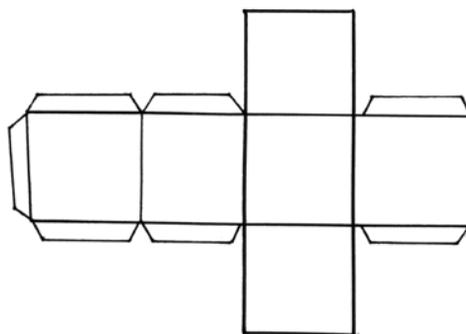


El tetraedro, kajwäch

Tiene tres lados formados por triángulos equiláteros. Si los triángulos no son polígonos regulares entonces no pueden formar un tetraedro.

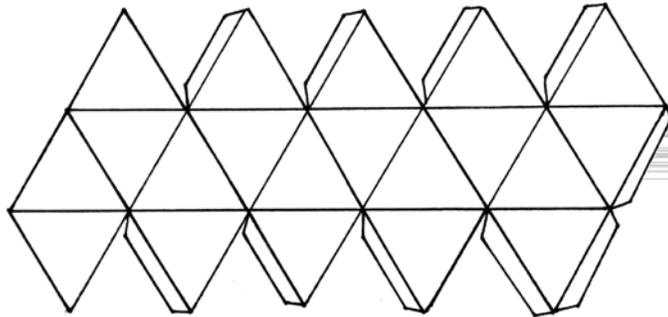


El cubo, waqwäch



El dodecaedro, kab'lajwäch

El isocaedro, juk'alwächl



Actividad 18: Aprendizaje de los días del calendario maya

Conceptos clave: El calendario maya

Recursos: Tarjetas con los días del Cholq'ij. (Calendario Maya)

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro reparte las tarjetas entre 20 niñas y niños.
- ♦ Las niñas y los niños identifican el día que les tocó,
- ♦ Lo pintan con los colores que más les guste.
- ♦ Las niñas y los niños pasan a pegar su tarjeta sobre un cartel en el orden correspondiente, empezando con el día Imox.
- ♦ Con las tarjetas pegadas en el cartel, la maestra o el maestro dice el día que corresponde en el calendario maya
- ♦ Las niñas y los niños identifican ese día en el calendario maya y la maestra o el maestro, le coloca el coeficiente que le corresponde.
- ♦ La maestra o el maestro indicará que todos los días, una de las alumnas o uno de los alumnos escribirá el número que corresponde al día. Hasta llenar el cartel.

Actividad 19: El significado de los días del cholq'ij

Conferencista: Un guía espiritual de la comunidad (ajq'ij)

Procedimiento:

- ♦ La maestra o el maestro invita a un ajq'ij de la comunidad para que explique a las niñas y los niños el significado de los días del cholq'ij.
- ♦ Las niñas y los niños harán preguntas al ajq'ij

Socializo y aplico mi aprendizaje

- . En parejas o en grupos pequeños seleccionamos una de las actividades de aprendizaje sugeridas en la unidad y hacemos una demostración de la misma frente a los otros compañeros y compañeras.
- .. Propongo otras actividades para integrar la matemática maya a la escuela.
- ... Escribo una reflexión acerca de lo que aprendí en este módulo y la comparto con mis colegas.

Bibliografía

Aldana Mendoza, Carlos. 1993. *Pedagogía Crítica*, tomo 1. Guatemala : Serviprensa Centroamericana. 2da.edición.

Chew German, Fadul Samuel, Mayén Guisela, Paredes María Olga, en coordinación de Galo de Lara Carmen. 1993. *Manual de la Escuela Unitaria*. UNESCO/Alemania. ASIES, Guatemala.

Comunidad Lingüística Kaqchikel/ALMG. 1999. *RETAMAB'ALIL AJILANEM*. Guatemala.

Consejo de Educación Maya –CNEM-. 2006. *Guía Curricular de Primero Primaria de Educación Maya Matemática*. Guatemala.

Horne, Sylvia. 1968. *Patterns and Puzzles in Mathematics*. Franklin Publication, Chicago Illinois.

Landa, Diego. 1986. *Relación de las cosas de Yucatán*. 13. ed.Editorial Pomúa S.A., México D.F.

Lolmay, Pedro García y Pakal, José Obispo Rodríguez. 1997. *Gramática Kaqchikel*. Ediciones Cholsamaj, Guatemala.

Lorenzo Viego, Cibeles. *Jean Piaget e influencia en la pedagogía*. Centro Universitario José Martí, Cuba. <http://psicocentro.com>

Papiroflexia. <http://www.divulgamat.com>

Patal Mactzul, Juan. 1998. *Ajilay Ixim El contador de los granos de maíz*. PROMEM/ UNESCO, Guatemala.

Piaget, Jean. 1995. *La construcción de lo Real en el Niño*. Editorial Grijalva S.A. México.

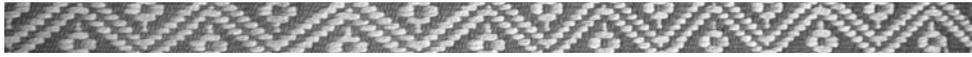
PROEMBI-PROEIMCA. 2006. *Guía para el Aprendizaje del Castellano como Segunda Lengua*. Guatemala.

PROEMBI-PROEIMCA. 2006. *Cultura Maya e Interculturalidad*. Guatemala.

PROEMBI-PROEIMCA. 2006. *Maya kem, tejido curricular*. Guatemala.

PRONEBI. 1995. *Numerales mayas kaqchikel*. Guatemala.

Rojo, M, Educación y Desarrollo. *El Costructivismo, Piaget y Vigotsky*. Universidad de la Habana Cuba. <http://www.pddpupr.org/>



Ruz, Alberto. 1993. *El pueblo Maya, Ciencia y Cultura*. Latinoamericana, S.A.

Saenz de Santa María, Carmelo. 1940. *Diccionario Kaqchikel-Español*. Guatemala.

Schultze Jena, Leonardo. 1954. *La vida y creencias de los Indígenas Quiches de Guatemala*. Editorial Ministerio de Educación Pública de Guatemala C. A.

Soustelle, Jacques. 1986. *Los Olmecas*. Fondo de Cultura Económica, México, D.F.

Verdejo, C. y Ciuró P.W. *Juegos para todos, Biblioteca Hispania*. Editorial Ramón Sopena, S.A.





Iximulew, Tjonik pa ka'i' Tzijob'äl
 ð B'aqtun, ð K'atun, ð Tun,
 ð Winaq, ð Q'ij, ð Q'anil
 Guatemala, 6 de noviembre 2007.

Manual de Metodología para Educación Bilingüe Intercultural
 Se imprimió en el mes de diciembre de 2007, en Arte, Color y Texto, S. A.
 Primera Edición. 3,500 ejemplares